1 Indeksberegninger

1.1 Indeksberegningers formål og brug

Danmarks Statistiks indeks bruges til at give et enkelt og brugbart mål for udviklingen i værdier, priser eller mængder over tid. Hvis man har en talrække over antal fødsler siden 1900 kan man danne et simpelt indeks ved at dividere antal fødsler de enkelte år med antal fødsler i år 1900. Måden Danmarks Statistiks indeks dannes på er knap så enkel. For at brugerne af Danmarks Statistiks indeks kan vurdere de enkelte indeks egenskaber er samtlige indeks derfor beskrevet nærmere i denne publikation.

Prisindeks bruges blandt andet til at regulere kontrakter med. Typisk ved at to indeks divideres med hinanden og dette forhold ganges med den aftalte kontraktsum. Indeks bruges også til at beskrive centrale økonomiske forhold som fx udviklingen i inflationen, lønninger eller udenrigshandlen. Når der sammenlignes over en længere periode er det nødvendigt at kende indeksets begrænsninger så der ikke laves fejlfortolkninger. Det samme gør sig gældende når to indeks sammenlignes, fx fra to lande. Selv om stadig flere indeks bliver harmoniseret internationalt kan der godt være forskelle, der vanskeliggør en sammenligning mellem lande over længere tid.

Når man skal bruge et indeks er det vigtigt at kende indeksets egenskaber og vide hvordan indekset er opbygget. Hvilke varer eller komponenter indgår i beregningen af indekset, hvordan indsamles oplysningerne og hvordan vægtes de enkelte komponenter? I kapitel 1 beskrives de mest centrale egenskaber ved de forskellige typer af indeks og grundlæggende principper i dannelsen af indeks. I de efterfølgende kapitler gennemgås de enkelte indeks i Danmarks Statistik. Til sidst er der et stikordsregister.

1.2 Typer af indeks

Indeks afspejler udvikling i økonomiske forhold

De fleste indeks i Danmarks Statistik beregnes for at afspejle udviklingen i en række økonomiske forhold. De indeks, der omtales i denne publikation, er derfor sammenligninger over tid af økonomiske forhold.

Indeks for en eller flere varer

Skal der beregnes et pris- eller et mængdeindeks for en enkelt vare kan dette gøres ved en simpel beregning, hvor det er forholdet mellem prisen eller mængden i den aktuelle periode og referenceperioden der bestemmer indeksets udvikling. Typisk er der flere varer og tjenester der skal indgå i beregningen af et indeks. Derfor kan de aktuelle data og de tilsvarende data for referenceperioden indgå i beregningerne med vægte.

Eksempelvis indgår både udgifter til materialer og løn i beregningen af byggeomkostningsindekset, som er et prisindeks. Aktuelle priser sættes i forhold til priser fra referenceperioden. Derved fås prisindeks for de enkelte varer, det vil i byggeomkostningsindekset blandt andet sige indeks for løn og byggematerialer. Disse indeks skal vægtes sammen til et samlet indeks. For at gøre dette korrekt skal de vægte der anvendes afspejle omkostningernes sammensætning. Det vil sige, at vægten som eksempelvis lønudgifter skal indgå i indekset med, er den andel, som lønudgifter udgør af de samlede udgifter til byggeri.

Værdier som udgangspunkt for indeks

Et udgangspunkt for indeksserierne med forskellige varer og tjenester kan være værdierne for de pågældende varer og tjenester. Værdierne kan splittes op i en prisdimension og en mængdedimension. Betegner vi værdier med v, priser med p og mængder med q er sammenhængen mellem værdier, mængder og priser[1]

$$v = p \cdot q$$

Værdier udtrykkes i en møntenhed, er sammenlignelige og kan lægges samme på tværs af forskellige varer og tjenester. Det er denne egenskab, som medfører, at det er værdierne der danner udgangspunkt for indeksberegninger. Priser og mængder kan ikke umiddelbart sammenlignes og lægges sammen på tværs af forskellige varer og tjenester. Mængder måles i enheder som vægt eller styk. Priser måles i møntenhed pr. mængdeenhed. Selv om enheden for mængder eller priser er den samme for to forskellige produkter, kan de ikke nødvendigvis lægges sammen på en meningsfuld måde.

De benyttede værdier skal afspejle det relevante

De værdier, der indgår i beregningerne, vælges så de afspejler de forhold, der ønskes belyst med indekset. Ønskes eksempelvis prisudviklingen for en gruppe af varer og tjenester belyst, kan man sammenligne værdien af en varekurv i den aktuelle periode med værdien af den samme varekurv i referenceperioden.

indeksberegninger i praksis

I praksis sker beregninger ikke direkte ved sammenligninger af værdier. Typisk sammenvejes indeks for de enkelte varer og tjenester, som skal indgå i beregningen, til et samlet indeks. Som udgangspunkt er der ingen forskel på om man sammenligner værdier eller sammenvejer indeks for enkeltvarer. Dette illustreres i næste afsnit, hvor de mest almindelige indeksformler omskrives.

---

[1] Betegnelserne *v, p* og *q* kommer af de tilsvarende engelske begreber *value*, *price* og *quantity*.

Notation i de indeksformler som benyttes i publikationen

For en vare betegner q en mængde og p betegner en pris. Toptegnet i angiver nummeret på varen, mens fodtegnet angiver tidsperioden. Eksempelvis er p_1^i prisen på vare i til tiden 1. Konkret kan tidspunktet 1 være 2001 og i kan angive, at der er tale om prisen på hvede. De formler der præsenteres viser udviklingen fra periode 0 til t. Det kunne konkret være udviklingen fra 2000 til 2005.

Er der tale om indeks betegnes disse med store bogstaver: prisindeks med P, mængdeindeks med Q og værdiindeks med V.

I en del af beregningerne benyttes prisrelativer. Det vil sige forholdet mellem to priser. Det kunne være prisen på hvede i periode t og periode 0. I denne situation er prisrelativet

$$\frac{p_t^{hvede}}{p_0^{hvede}}$$

Når indeks præsenteres i publikationer har de værdien 100 i indeksreferenceperioden. For at opnå det skal de formler, som præsenteres nedenfor, ganges igennem med 100.

1.2.1 Værdiindeks

Værdiindeks er forholdet mellem værdier

Ved beregninger af værdiindeks sættes den aktuelle værdi af en gruppe af varer og tjenester i forhold til værdien i referenceåret. Hvis gruppen indeholder N varer, er formlen for værdiindekset for periode t med referenceperiode *0*

$$V_{0:t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_0^i}$$

Tælleren er den totale værdi af produktgruppen til tidspunktet t og nævneren er værdien af gruppen i referenceperioden. Værdierne i tæller og nævner er givet som summen af værdierne for de enkelte produkter i gruppen. Til beregning af værdiindekset samles der ofte ikke priser og mængder ind, men kun værdien. Opsplitningen i pris og mængde haves således ikke. Alligevel er formlen vigtig, fordi værdiindekset kan benyttes som udgangspunkt for beregning af andre indeks. Blandt andet kan et mængdeindeks for en gruppe af varer beregnes ud fra et værdiindeks og et prisindeks for den samme gruppe. Dette beskrives i afsnittet om implicitte indeks, afsnit 1.2.4, nedenfor.

Omsætningsindeks er værdiindeks

Danmarks Statistik beregner et indeks over omsætningen i industrien. Dette indeks, som er beskrevet i kapitel 9, er et værdiindeks. Dette omsætningsindeks benyttes blandt andet i beregningen af et produktionsindeks for industrien. Produktionsindekset er et mængdeindeks.

1.2.2 Prisindeks

Prisindeks skal belyse prisudviklingen

Danmarks Statistik beregner prisindeks for at belyse udviklingen i priserne for varer og tjenester. Et prisindeks for en enkelt vare kan beregnes ved, at prisen for varen sammenlignes med prisen i tidligere perioder. Hvis der er tale om flere varer, kan priserne indgå i beregningen med vægte. Typisk ved at der beregnes indeks på enkeltvarer, som så vægtes sammen. Vægtene udtrykker den relative betydning af de enkelte varer.

Vægtning af forskellige varer

Der kan ikke gives noget entydigt svar på, hvilke vægte der er bedst i beregningerne. En anvendt metode er såkaldte fastkurvsindeks, hvor det i princippet er udgifterne til den samme varekurv, der benyttes ved sammenligningen mellem den aktuelle periode og referenceperioden. Vægten for en vare er varens relative værdi af varekurven på det tidspunkt, hvor kurven er fastlagt.

Varekurven skal være repræsentativ

En varekurv skal være repræsentativ for den gruppe af varer, som indekset beskriver prisudviklingen for. Benyttes den samme varekurv over for lange perioder kan der være problemer med, at de varer, der indgår, ikke beskriver det aktuelle forbrug. Derfor skal varekurven det vil sige vægtene med jævne mellemrum opdateres.

Eksempelvis er prisudviklingen på vinylplader ikke længere relevant for beregningen af forbrugerprisindekset, fordi vinylplader i det store hele er erstattet af andre medier.

Fastkurvsindeks og økonomiske indeks er to hovedtyper af prisindeks

I mere teoretiske sammenhænge deles prisindeks op i to hovedtyper, fastkurvsindeks, som nævnt ovenfor, og økonomiske indeks. De økonomiske indeks bygger på teori om forbrugeres og virksomheders adfærd. Et eksempel på økonomiske indeks er leveomkostningsindeks, som i princippet dannes ved at beregne de minimale udgifter til at opretholde en given levestandard. Disse minimale udgifter i den aktuelle periode sammenlignes med udgifterne i referenceperioden.

I praksis er det vanskeligt at beregne de økonomiske indeks. Valget af indeksformel afhænger af, om det indeks der skal beregnes primært er et fastkurvsindeks eller et økonomisk indeks. Ofte er de beregnede indeks blandinger af de forskellige typer.

Fastkurvsindeks kaldes også inflationsindeks eller rene prisindeks. Det understreger, at det primære formål er at måle prisudviklingen, idet alt andet end netop priserne søges holdt konstant. Et fastkurvsindeks kan dermed også opfattes som et mål for ændringer i pengenes købekraft.

Ved beregning af fastkurvsindeks, hvor varekurven er fastlagt i udgangssituationen, tages der ikke højde for, at dyrere varer skiftes ud med billigere af samme type. Derfor har disse indeks en tendens til at overvurdere betydningen af prisstigninger. For at mindske denne skævhed opdateres vægtene med jævne mellemrum. Er varekurven fastlagt til den aktuelle periode og benyttes bag ud i tid, vil indekset have en tendens til at undervurdere betydningen af prisstigninger.

Fastkurvsindeks er ideelle som inflationsmål og til deflatering af opgørelser i løbende priser. Leveomkostningsindeks er derimod ideelle til regulering af fx lønninger og overførselsindkomster, hvor formålet er at kompensere indkomstmodtagerne for prisstigninger.

Hovedparten af Danmarks Statistiks indeks er fastkurvsindeks.

De fleste af Danmarks Statistiks prisindeks benyttes både til deflatering og regulering, idet det ikke er praktisk muligt at opgøre flere typer prisindeks for samme gruppe af varer og tjenester. Hovedparten af Danmarks Statistiks indeks er fastkurvsindeks.

Laspeyres-prisindekset

Laspeyres-prisindekset benytter varekurven fra referenceperioden

I Laspeyres-prisindekset er det varekurven fra periode 0, der benyttes som vægtgrundlag. Det betyder, at de mængder der indgår i beregningen alle stammer fra periode 0, mens priser der indgår stammer fra den aktuelle periode og fra periode 0. Formlen for Laspeyres-prisindekset er

$$P_{0:t}^{LA}=\frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i\cdot q_0^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i\cdot q_0^i}$$

Laspeyres-prisindekset er vægtet gennemsnit af prisrelativer

I praksis benyttes formlen hvor den er omskrevet til et vægtet gennemsnit af prisrelativer. Prisrelativer er forholdet mellem den aktuelle pris og prisen i referenceperioden. Laspeyres-prisindekset udtrykt som vægtet gennemsnit af prisrelativer fås ved følgende omskrivning:

$$\begin{aligned}P_{0:t}^{LA}&=\frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i\cdot q_0^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i\cdot q_0^i}=\sum_{i=1}^{N}\left(p_t^i\cdot\frac{q_0^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i\cdot q_0^i}\right)=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{p_t^i}{p_0^i}\cdot\frac{p_0^i\cdot q_0^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i\cdot q_0^i}\right)\\&=\sum_{i=1}^{N} w_0^i\cdot\left(\frac{p_t^i}{p_0^i}\right)\end{aligned}$$

Her er

$$w_0^i=\frac{p_0^i\cdot q_0^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i\cdot q_0^i}\quad\text{og}\quad\sum_{i=1}^{N} w_0^i=1$$

Tallet w_0^i er vare i's andel af den totale værdi i periode 0 og udgør en vægt i et vægtet gennemsnit af prisrelativer p_t^i/p_0^i. Laspeyres-prisindekset er med andre ord også et vejet gennemsnit af prisrelativerne p_t^i/p_0^i, hvor vægtene er varernes budgetandele. For et Laspeyres-prisindeks er pris- og vægtreferenceperioden sammenfaldende. At der er tale om et fastvægtsindeks fremgår af formlen ved, at vægtene w_0^i er uafhængige af den aktuelle periode t.

Laspeyres-prisindekset kan overvurdere betydningen

Laspeyres-prisindekset er et fastkurvsindeks med varekurven fastlagt i periode 0 (som ligger før periode t). Derfor kan det have en tendens til at overvurdere betydningen af prisudviklingen, idet der ikke tages højde for at dyrere varer skiftes ud med billigere af samme type.

Paasche-prisindekset

Paasche-prisindekset benytter varekurven fra den aktuelle periode

I Paasche-prisindekset stammer varekurven fra den aktuelle periode t. Varekurven udskiftes med andre ord løbende. Det betyder, at de mængder der indgår i beregningen alle stammer fra den aktuelle periode, men priserne stammer fra den aktuelle periode og periode 0. Formlen for Paasche-prisindekset er

$$P_{0:t}^{PA} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_t^i}$$

Paasches-prisindekset er et vægtet harmonisk gennemsnit af prisrelativer

Ligesom Laspeyres-prisindekset kan Paasche-prisindekset beregnes ud fra prisrelativerne og vægte. Beregningen foregår ved at tage et vægtet harmonisk gennemsnit:

$$P_{0:t}^{PA} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_t^i} = \left(\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_t^i \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i} \right)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{p_0^i}{p_t^i} \cdot \frac{p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i} \right)^{-1}$$
$$= \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_0^i}{p_t^i} \cdot w_t^i}$$

Her er

$$w_t^i = \frac{p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i} \quad \text{og} \quad \sum_{i=1}^{N} w_t^i = 1$$

Vægtene er de enkelte vares andel af den totale værdi i den aktuelle periode.

Paasche-prisindekset er vanskeligt at beregne løbende

Det er vanskeligt at anvende Paasche-prisindekset i den løbende indeksberegning. Problemet er, at det sjældent er praktisk muligt at skaffe information om de aktuelle mængder q_t.

Ønsker man at beregne en indeksserie med udgangspunkt i Paascheindekset, vil der i praksis blive tale om et kædet indeks. Det vil sige, at formlen bruges til at beregne indekset fra en periode til den efterfølgende periode. Den udvikling som indekset viser bruges til at fremskrive det niveau, som serien er nået op på. Kædeindeks er beskrevet i afsnit 1.4.2.

Modsat Laspeyres-prisindekset har Paasche-prisindekset en tendens til at undervurdere betydningen af prisudviklingen. Det skyldes at varekurven hører til den aktuelle periode t, som ligger senere end udgangsperioden som er periode 0. I denne situation får varer, som er blevet relativt billigere en større vægt, fordi dyrere varer er udskiftet med billigere.

Fishers prisindeks

Fishers prisindeks er geometrisk gennemsnit af Laspeyres- og Paasche-prisindeksene.

Fishers prisindeks er det geometriske gennemsnit af Laspeyres- og Paasche-prisindeksene. Dette gennemsnit kan opfattes som mere retvisende for prisudviklingen end Paasches og Laspeyres' indeks, hvis det ønskede er et økonomisk indeks. Formlen for Fisher-prisindekset er

$$P_{0:t}^{FI} = \sqrt{P_{0:t}^{PA} \cdot P_{0:t}^{LA}}$$

Som regel kan Fischers indeks ikke anvendes til den løbende indeksberegning. Problemet er, at det sjældent er praktisk muligt at skaffe information om de aktuelle mængder q_t. Derfor er det ikke muligt at beregne Paasche-prisindekset og dermed heller ikke Fisher-prisindekset.

1.2.3 Mængdeindeks

Mængdeindeks vise udviklingen i mængder

På samme måde som prisindeksene skal vise udviklingen i priserne for en gruppe af varer og tjenester, skal et mængdeindeks vise udviklingen i mængder. På samme måde som mængderne, implicit eller eksplicit, spiller en rolle for vægtene i prisindeksene, indgår priser i beregningen af vægte i mængdeindeks.

Mange af mængdeindeksene er implicitte indeks

Mange af de mængdeindeks der beregnes af Danmarks Statistik beregnes som implicitte mængdeindeks. Det betyder, at de ikke beregnes på baggrund af data om mængder, men beregnes på baggrund af et værdiindeks og et prisindeks. Mængdeindekset beregnes i analogi med forholdet mellem pris, mængde og værdi for en enkelt vare. Betegnes værdindekset med V og prisindekset med P fås mængdeindekset Q ved

$$Q = \frac{V}{P}$$

Dermed bliver det egenskaberne ved de anvendte pris- og værdiindeks, som bestemmer egenskaberne ved mængdeindekset.

Formler for mængdeindeksene er parallelle til formlerne for prisindeksene. Forskellen er blot at priser og mængder bytter roller.

Laspeyres-mængdeindekset

Laspeyres-mængdeindekset benytter priserne fra referenceperioden

Laspeyres-mængdeindekset er det indeks, der beskriver udviklingen i mængderne mellem periode 0 og den aktuelle periode, med de priser som var gældende i periode 0. Formlen svarer til formlen for Laspeyres-prisindekset, bortset fra at priser og mængder har byttet roller:

$$Q_{0:t}^{LA} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_0^i}$$

Ligesom prisindekset kan omskrives til et vægtet gennemsnit af prisrelativer, kan mængdeindekset omskrives til et vægtet gennemsnit af mængderelativer:

$$Q_{0:t}^{LA} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_0^i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_t^i}{q_0^i} \frac{p_0^i \cdot q_0^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_0^i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_t^i}{q_0^i} w_0^i$$

Her er vægtene, ligesom for Laspeyres-prisindeksene, de enkelte varers andel af den totale værdi i periode 0.

Paasche-mængdeindekset

Paasche-mængdeindekset benytter priserne fra den aktuelle periode

Paasche-mængdeindekset beskriver udviklingen i mængderne med udgangspunkt i de aktuelle priser. Formlen for indekset er

$$Q_{0:t}^{PA} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_0^i}$$

Formlen kan, ligesom Paasche-prisindekset, omskrives til et vægtet harmonisk gennemsnit:

$$Q_{0:t}^{PA} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_0^i} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{q_0^i}{q_t^i} \frac{p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i} \right)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{q_0^i}{q_t^i} w_t^i \right)^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{q_0^i}{q_t^i} w_t^i}$$

Vægtene er magen til vægtene i formlen for Paasche-prisindekset. De er med andre ord de enkelte varers andel af værdien i den aktuelle periode, periode t.

Fisher-mængdeindekset

Fishers mængdeindeks er geometrisk gennemsnit af Laspeyres- og Paasche-mængdeindeksene

Ligesom for prisindeksene har Laspeyeres-mængdeindeks en tendens til at overvurdere udviklingen mens Paasche-mængdeindekset undervurderer udviklingen. Det geometriske gennemsnit af de to indeks er Fisher-mængdeindekset, som har følgende formel:

$$Q_{0:t}^{FI} = \sqrt{Q_{0:t}^{PA} \cdot Q_{0:t}^{LA}}$$

1.2.4 Implicitte indeks

Implicitte indeks er beregnet indirekte

For de enkelte varer gælder, at værdien fås som produktet af prisen og mængden. Dette forhold kan ikke direkte overføres til indeks. Men for et givet prisindeks har man også et mængdeindeks, så prisindekset multipliceret med mængdeindekset giver værdiindekset. Det mængdeindeks der opfylder dette, kalder vi det implicitte mængdeindeks for det givne prisindeks.

Tilsvarende findes implicitte prisindeks for et givet mængdeindeks.

Eksempelvis er Paasche-mængdeindekset det implicitte mængdeindeks for Laspeyres-prisindekset. Dette fås direkte af formlerne idet

$$P_{0:t}^{LA} \cdot Q_{0:t}^{PA} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_0^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_0^i} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_0^i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_0^i} = V_{0:t}$$

Tilsvarende er det implicitte mængdeindeks for Paasche-prisindekset Laspeyres-mængdeindeks. Fisher-prisindekset og Fisher-mængdeindekset er desuden hinandens implicitte indeks.

Implicitte mængdeindeks findes i nationalregnskabet

Implicitte mængdeindeks findes eksempelvis i nationalregnskabet, hvor tidsserier af værdier divideres med prisindeks, hvorved der opnås værdier i faste priser. Disse serier er i realiteten implicitte mængdeindeks.

1.2.5 Enhedsværdiindeks

Enhedsværdiindeks beregnes ved at beregne en enhedsværdi i hver periode og sætte den i forhold til den tilsvarende enhedsværdi i referenceperioden. En enhedsværdi fås ved at sætte værdien i forhold til den samlede mængde.

Lønindeks er enhedsværdiindeks

Eksempelvis kan der beregnes en enhedsværdi for timelønnen i en virksomhed ved at summere antallet af præsterede arbejdstimer ganget med timelønnen for alle medarbejderne i virksomheden. Den sum divideres med det samlede antal præsterede arbejdstimer i virksomheden.

Enhedsværdi er værdien divideret med den samlede mængde.

Udtrykt ved en formel er enhedsværdien

$$e_t = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_t^i \cdot q_t^i}{\sum_{i=1}^{N} q_t^i}$$

For at kunne beregne en enhedsværdi er det vigtigt, at de anvendte mængde er additive. Det vil sige at mængderne kan lægges sammen på en meningsfuld måde. Derfor skal de som minimum måles i samme enhed, fx timer eller kg.

Enhedsværdiindekset er forholdet mellem enhedsværdier

Enhedsværdiindekset beregnes som

$$P_{0:t} = \frac{e_t}{e_0}$$

Et enhedsværdiindeks er et mål for prisudvikling, forudsat at der ikke sker ændringer med hensyn til sammensætningen af varegruppen eller varernes kvalitet.

1.2.6 Referenceperioder

Det skal være praktisk muligt at beregne indeksene

Ved beregninger af indeks er det nødvendigt at tilpasse formlerne til hvad der er praktisk muligt. Derfor benyttes de i mere eller mindre modificerede former.

Laspeyres-prisindekset er givet ved formlen

$$P_{0:t}^{LA} = \sum_{i=1}^{N} w_0^i \cdot \left(\frac{p_t^i}{p_0^i} \right), \text{ hvor } w_t^i = \frac{p_0^i \cdot q_0^i}{\sum_{i=1}^{N} p_0^i \cdot q_0^i}$$

Budgetandelene, som indgår i beregningerne stammer med andre ord fra periode 0. Det er sjældent muligt at skaffe budgetandele eller vægte, som stammer fra en enkelt periode. Typisk vil vægtene stamme fra undersøgelser, der løber over flere perioder, eksempelvis et år, mens indekset beregnes hver måned eller hvert kvartal. De aktuelle priser sammenlignes med referencepriser ved beregning af prisrelativet. I praksis stammer referencepriserne sjældent fra samme periode som vægtene.

Perioden som vægtene stammer fra kaldes vægtreferenceperioden, og perioden som referencepriserne stammer fra kaldes prisreferenceperioden. I mængdeindeks vil der i stedet være tale om mængdereferenceperioden. Den periode hvor indekset er sat til 100 kaldes indeksreferenceperioden.

Vægte og priser eller mængder kan have forskellige referenceperioder

Indeksreferenceperioden, vægtreferenceperioden og prisreferenceperioden behøver ikke at være sammenfaldende. For et Laspeyres-prisindeks er perioderne sammenfaldende. For Paasche-prisindekset er indeksreferenceperioden og prisreferenceperioden sammenfaldende (periode 0 i formlerne ovenfor) mens vægtreferenceperioden er den aktuelle periode t.

1.3 Måling af basiskomponenter

Typisk kan de formler der er beskrevet ovenfor, ikke benyttes direkte i praksis. Eksempelvis kan det være umuligt, at skaffe meget detaljerede oplysninger om pris- og mængdekombinationer for enkelte varer eller tjenester i den gruppe der skal beskrives. Derfor samles varer i små delgrupper, som der beregnes indeks for, hvorefter disse indeks benyttes til at aggregere over flere varer og tjenester.

Basisindeks er indeks på det mest detaljerede niveau

De fleste prisindeks, som Danmarks Statistik beregner, er beregnet i to trin. I første trin beregnes indeks på detaljeret niveau, og disse indeks kaldes basisindeks. Basisindeksene vægtes derefter sammen til mere aggregerede indeks.

Eksempelvis findes der i forbrugerprisindekset et basisindeks for kakaomælk. Det er beregnet på baggrund af indsamlede priser for flere forskellige varianter på kakaomælk. Basisindekset beregnes som forholdet mellem gennemsnitspriser i den aktuelle og foregående periode.

Der findes typisk ikke oplysninger om hvordan de forskellige typer kakaomælk skal vægtes i forhold til hinanden, så de beregnede gennemsnit er som regel uvægtede.

I praksis anvendes der forskellige tilgange, når basisindeks beregnes. Hvilken formel der skal benyttes, afhænger af, hvad der er praktisk muligt og hvad man ønsker at måle med indekset. Det er også i forbindelse med beregning af basisindeks, at der opstår problemer med manglende data og uskiftninger af varer. Nogle af disse problemer behandles i de følgende kapitler.

1.3.1 Basisindeks med forskellige typer gennemsnit

Ved beregningen af basisindeks det vil sige indeks på det mest detaljerede niveau kan der benyttes forskellige tilgange. Ofte er der ikke oplysninger om, hvordan forskellige produkter i et basisindeks skal vægtes. Derfor vægtes de indsamlede priser ofte ligeligt.

Ved beregningen af basisindeks benyttes gennemsnit, hvor gennemsnittet tages over de forskellige varer, der indgår i basisindekset. Gennemsnittene kan som udgangspunkt beregnes som geometriske eller aritmetiske gennemsnit. Disse typer gennemsnit forklares nedenfor. I begge typer gennemsnit kan priserne vægtes, men det er ikke altid, at der er adgang til så detaljerede oplysninger, at der kan beregnes vægte.

I de følgende afsnit introduceres to former for gennemsnit og tre formler for basisindeks. Der er både direkte og kædede versioner af de beskrevne formler. De forskellige indeks og deres egenskaber beskrives med nogle eksempler.

Formler for gennemsnit

Aritmetisk gennemsnit

Det aritmetiske gennemsnit af en mængde af tal er summen af tallene divideret med antallet af tal. For at beregne det aritmetiske gennemsnit af de n priser, $p_1,\dots,p_n$, benyttes formlen

$$G_{\text{aritmetisk}} = \frac{p_1 + \cdots + p_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} \cdot p_i$$

For at beregne et vægtet aritmetisk gennemsnit erstattes vægten $1/n$ med andre vægte. Kravet er, at vægtenes sum er 1. Formlen er

$$G_{\text{aritmetisk, vægtet}} = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot p_i \quad \text{hvor} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1.$$

Geometrisk gennemsnit

Geometriske gennemsnit af n priser beregnes som den n'te rod af produktet af priser. Hvis der eksempelvis indgår tre priser ganges priserne med hinanden og kubikroden uddrages. For at beregne de geometriske gennemsnit af de n priser, $p_1,\ldots,p_n$, benyttes følgende formel:

$$G_{\text{geometrisk}} = (p_1 \cdot\cdots\cdot p_n)^{1/n} = (p_1)^{1/n}\cdots(p_n)^{1/n} = \prod_{i=1}^{n}(p_i)^{1/n}$$

Eksempelvis fås det geometriske gennemsnit af 4, 5 og 6 som

$$G_{\text{geometrisk}} = (4\cdot 5\cdot 6)^{1/3} = 4{,}93$$

For at beregne et vægtet geometrisk gennemsnit erstattes den fælles potensvægt $1/n$ med andre vægte. Kravet til disse vægte er, at summen af dem er 1. Formlen er

$$G_{\text{geometrisk, vægtet}} = \prod_{i=1}^{n}(p_i)^{w_i} \quad \text{hvor} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1.$$

Indeksformler med geometrisk gennemsnit - Jevons-indekset

Jevons-indekset benytter geometriske gennemsnit

Indeks kan beregnes med udgangspunkt i geometriske gennemsnitspriser. Dette gøres eksempelvis når der beregnes et såkaldt Jevonsindeks. Dette indeks er forholdet mellem de geometriske gennemsnit af priserne i den aktuelle periode og i referenceperioden. Beregningen kan også foretages som det geometriske gennemsnit af prisrelativer. Med formler kan Jevons-indekset således beskrives med udtrykket

$$P_{0:t}^{JE} = \frac{\prod_{i=1}^{n}(p_t^i)^{1/n}}{\prod_{i=1}^{n}(p_0^i)^{1/n}} = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{p_t^i}{p_0^i}\right)^{1/n}$$

Skal der beregnes en prisindeksserie, er der ingen forskel på om serien beregnes som et kædet indeks eller ved at tage udgangspunkt i de aktuelle priser og periode 0-priser. Dette forudsætter at der ikke sker vareudskiftninger. Med en formel udtrykkes egenskaben ved

$$P_{0:t}^{JE} = P_{0:1}^{JE}\cdots P_{t-1:t}^{JE} = \frac{\prod_{i=1}^{n}(p_1^i)^{1/n}}{\prod_{i=1}^{n}(p_0^i)^{1/n}}\cdot\frac{\prod_{i=1}^{n}(p_2^i)^{1/n}}{\prod_{i=1}^{n}(p_1^i)^{1/n}}\cdots\frac{\prod_{i=1}^{n}(p_t^i)^{1/n}}{\prod_{i=1}^{n}(p_{t-1}^i)^{1/n}} = \frac{\prod_{i=1}^{n}(p_t^i)^{1/n}}{\prod_{i=1}^{n}(p_0^i)^{1/n}}$$

I praksis kan der forekomme ændringer i stikprøven eller manglende priser. Derfor beregnes mange basisindeks som kædeindeks. På denne måde kan sammensætningen af stikprøven løbende opdateres. Dette er eksempelvis tilfældet i forbrugerprisindekset, hvor der kun beregnes indeks på baggrund af priser som foreligger både i den aktuelle og foregående måned.

Indeksformler med aritmetisk gennemsnit - Dutot- og Carli-indeksene

Anvendes aritmetiske gennemsnit til indeksberegningen benyttes hovedsageligt to tilgange. Den ene resulterer i Dutot-indekset og den anden i Carli-indekset.

Dutot-indekset er forholdet mellem gennemsnitspriser

Ved beregning af Dutot-indekset beregnes forholdet mellem gennemsnitsprisen i den aktuelle periode og gennemsnitsprisen i referenceperioden. Formlen for Dutot-indekset er

$$P_{0:t}^{DU} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^i / n}{\sum_{i=1}^{n} p_0^i / n}$$

Carli-indekset er gennemsnittet af prisrelativer

Ved beregning af Carli-indekset beregnes et aritmetisk gennemsnit af forholdene mellem priserne i den aktuelle periode og referenceperioden, det vil sige et aritmetisk gennemsnit af prisrelativer. Carli-indekset har følgende formel

$$P_{0:t}^{CA} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{p_t^i}{p_0^i}$$

Ligesom Jevons-indekset haves Carli-indekset og Dutot-indekset i kædede versionerne. Formlerne for de kædede indeks er

$$P_{0:t}^{K-DU} = P_{0:1}^{DU} \cdots P_{t-2:t-1}^{DU} \cdot P_{t-1:t}^{DU} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_1^i / n}{\sum_{i=1}^{n} p_0^i / n} \cdots \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{t-1}^i / n}{\sum_{i=1}^{n} p_{t-2}^i / n} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^i / n}{\sum_{i=1}^{n} p_{t-1}^i / n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^i / n}{\sum_{i=1}^{n} p_0^i / n}$$

og

$$P_{0:t}^{K-CA} = P_{0:1}^{CA} \cdots P_{t-2:t-1}^{CA} \cdot P_{t-1:t}^{CA} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{p_1^i}{p_0^i} \cdots \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{t-1}^i}{p_{t-2}^i} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{p_t^i}{p_{t-1}^i}$$

Hvis der ikke sker vareudskiftninger, er der ingen forskel på om man anvender det kædede Dutot-indeks eller det direkte indeks. Dutot-indekset er med andre ord transitivt. Transitivitet er nærmere beskrevet i afsnit 1.4.2. Det kædede Carli-indeks har ikke denne egenskab, hvilket er en ulempe ved denne type indeks. Egenskaberne er illustreret i eksemplerne nedenfor.

Egenskaber for de forskellige typer indeks

Hvilken formel der anvendes afhænger af hvilke egenskaber man ønsker indekset skal have. De forskellige typer af indeks beskriver forskellige situationer, som i større eller mindre grad dækker det, der ønskes målt.

Carli-indekset giver prisstigninger større vægt end prisfald

Ved beregning af Carli-indekset får prisstigninger større vægt end prisfald, hvilket kan være et problem. Hvis der eksempelvis beregnes et indeks med to varer, som bytter pris viser Carli-indekset en stigning, mens Dutot- og Jevons-indeksene ikke viser nogen udvikling. I nedenstående tabel haves to varer som bytter priser.

	p_0^i	p_1^i
Vare A	10	20
Vare B	20	10

Med disse priser bliver Carli-indekset

$$P_{0:1}^{CA} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{20}{10} + \frac{10}{20} \right) = 1{,}25$$

Indekset viser en stigning selv om udgifterne til køb af uændrede ens mængder af vare A og vare B er de samme. Carli-indekset vil typisk have en skævhed opad i forhold til et økonomisk indeks, som skal måle udviklingen i udgifterne til at opretholde samme nytte.

Dutot-indekset vægter prisændringer efter prisen i basisperioden

Ved beregning af Dutot-indekset vægtes de enkelte prisændringer efter prisen i basisperioden. Prisændringer på relativt dyre varer får derfor en større vægt end prisændringer på billigere varer. Dette anses almindeligvis for at være en ulempe ved denne indekstype.

Jevons-indekset beskriver situationen med konstante budgetandele

Ønsker man at beskrive udviklingen i udgifterne til en varekurv hvor der anvendes samme budgetandel til hver vare over tid, er Jevons' indeks den bedste formel. Varekurven ændres så budgetandelene holdes konstante. Fra forbrugerens synsvinkel svarer det til, at der altid anvendes samme andel af indkomsten på de enkelte varer i basisindekset. Med andre ord beskriver indekset en situation, hvor forbrugeren substituerer varer der er blevet relativt dyrere med varer der er blevet relativt billigere. Denne effekt kan ses i følgende eksempel:

	p_0^i	p_1^i
Vare A	10	20
Vare B	10	10

Med disse priser er Carli-indekset og Dutot-indekset 1,5, mens Jevons-indekset er

$$P_{0:1}^{JE} = \left(\frac{20}{10} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{10}{10} \right)^{1/2} = 1{,}41$$

For at illustrere de tre typer basisindeks' egenskaber beregnes der indeks med priserne i nedenstående tabel. Indeksene beregnes både i en direkte og en kædet version. De kædede månedlige indeks fremkommer ved at gange de månedlige indeks sammen til en sammenhængende indeksserie. Det direkte indeks fås ved at sammenligne priserne i hver enkelt måned med priserne i udgangssituationen, som i eksemplet er januar. Se nedenfor.

Priser og beregnede indeks med de beskrevne indeksformler

	Januar	Februar	Marts	April	Maj	Juni	Juli
	Priser						
Vare A	6,00	6,00	7,00	6,00	6,00	6,00	6,60
Vare B	7,00	7,00	6,00	7,00	7,00	7,20	7,70
Vare C	2,00	3,00	4,00	5,00	2,00	3,00	2,20
Vare D	5,00	5,00	5,00	4,00	5,00	5,00	5,50
Aritmetisk gns.	5,00	5,25	5,50	5,50	5,00	5,30	5,50
Geometrisk gns.	4,53	5,01	5,38	5,38	4,53	5,05	4,98
	Prisrelativer						
Vare A	1,00	1,00	1,17	0,86	1,00	1,00	1,10
Vare B	1,00	1,00	0,86	1,17	1,00	1,03	1,07
Vare C	1,00	1,50	1,33	1,25	0,40	1,50	0,73
Vare D	1,00	1,00	1,00	0,80	1,25	1,00	1,10
	Carli-indeks - aritmetisk gennemsnit af prisrelativer						
Månedligt Carli-indeks	100	112,50	108,93	101,85	91,25	113,21	100,07
Kædet Carli-indeks	100	112,50	122,54	124,81	113,89	128,93	129,02
Direkte Carli-indeks	100	112,50	125,60	132,50	100,00	113,21	110,00
	Dutot-indeks -forholdet mellem aritmetiske gennemsnitspriser						
Månedligt Dutot-indeks	100,00	105,00	104,76	100,00	90,91	106,00	103,77
Kædet Dutot-indeks	100,00	105,00	110,00	110,00	100,00	106,00	110,00
Direkte Dutot-indeks	100,00	105,00	110,00	110,00	100,00	106,00	110,00
	Jevons-indeks - forholdet mellem geometriske gennemsnitspriser						
Månedligt Jevons-indeks	100,00	110,67	107,46	100,00	84,09	111,45	98,70
Kædet Jevons-indeks	100,00	110,67	118,92	118,92	100,00	111,45	110,00
Direkte Jevons-indeks	100,00	110,67	118,92	118,92	100,00	111,45	110,00

Prisændring på en enkelt vare

Fra januar til februar ændres kun en enkelt pris idet prisen på C stiger 50 pct. Carli indekset stiger derfor med 12,5 pct. da alle prisændringer i dette indeks vægtes ens. Dutot-indekset stiger kun 5 pct. da prisændringerne her vægtes efter de relative priser i udgangssituationen. Jevons-indekset øges med 10,67 pct.

"price-bouncing"

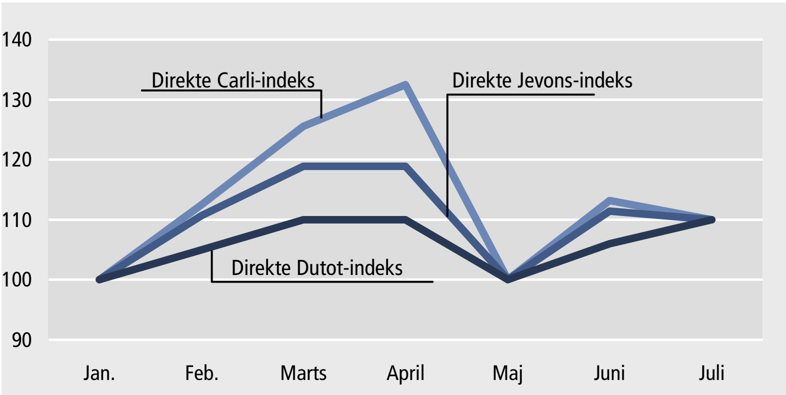
Udviklingen fra marts til april er et eksempel på såkaldt "price-bouncing" hvor det er de samme priser der indgår i begge perioder, der er blot byttet om på rækkefølgen. Dutot- og Jevons-indeks viser derfor ingen udvikling fra marts til april, mens Carli-indekset viser en stigning. I maj er alle priser vendt tilbage til udgangssituationen. Det er derfor naturligt, at indekset for maj ikke viser nogen udvikling i forhold til udgangssituationen. Alle serier med undtagelse af det kædede Carli-indeks klarer dette krav.

Alle varer er steget 10 pct.

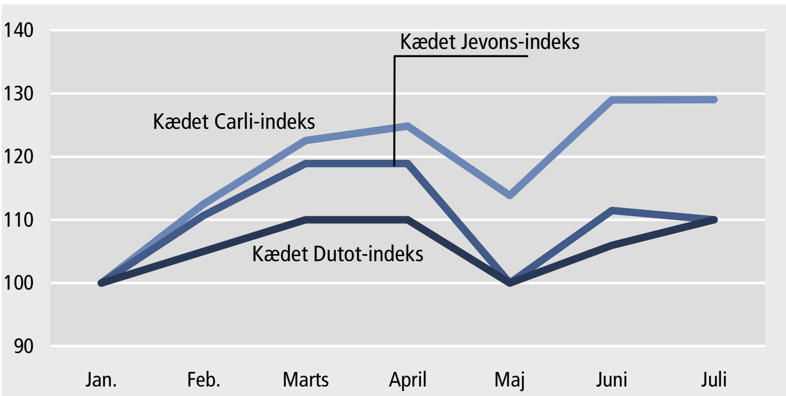
Fra januar til juli er alle priser steget 10 pct. og det må derfor være et naturligt krav at indekset også viser en stigning på 10 pct. Det kædede Carli-indeks overvurderer således prisudviklingen, mens både Dutot og Jevons indekset viser den korrekte udvikling. Derfor bør de kædede Carli-indeks som hovedregel ikke anvendes.

Udviklingerne i de direkte og de kædede indeks er illustreret i figurerne nedenfor.

Direkte Carli-, Jevons- og Dutot-indeks

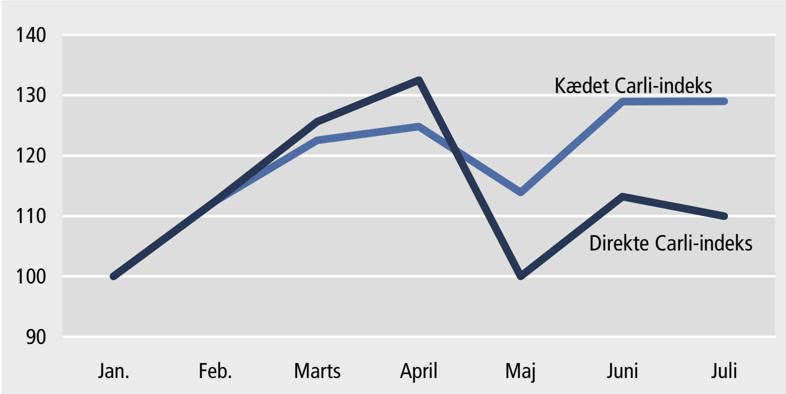


Kædet Carli-, Jevons- og Dutot-indeks



For Dutot- og Jevons-indeksene er der ikke forskel på de direkte og de kædede indeks. De er med andre ord transitive. Derimod er der store afvigelser for Carli-indekset, som illustreres på figuren nedenfor.

Direkte og kædet Carli-indeks



1.3.2 Indsamling af data

Data indsamles fra mange kilder og med mange metoder

Hvordan oplysninger om vægte, priser, mængder eller værdier indsamles i det enkelte indeks afhænger af hvad der en den mest optimale løsning. Hvis det er muligt at finde oplysningerne i et register er det praktiske problem begrænset. Ellers er det nødvendigt at indsamle oplysningerne hos virksomheder, i forretninger eller hos forbrugere. Nogle gange benyttes alternative kilder, fx oplysninger skaffet fra internettet eller fra prislister.

Udvælgelse af repræsentativt udsnit skal begrænse systematiske fejl til et minimum

Udvælgelsen af et repræsentativt udsnit sker typisk ved at stratificere i relevante undergrupper og vælge en simpel tilfældig stikprøve inden for disse undergrupper. Af historiske eller praktiske årsager kan det være nødvendigt at erstatte denne repræsentative stikprøveudvælgelse med en systematisk udvælgelse, der giver en så dækkende beskrivelse som muligt. For eksempel kan man vælge et repræsentativt udsnit af virksomheder, men det er ofte virksomhederne, der på baggrund af nogle generelle retningslinjer, afgør hvad der er deres typiske produkter. Det samme gør sig gældende, når prisindsamlere konkret skal vælge de varer i en varekurv, der indsamles priser for. Det er afgørende, at sådanne pragmatiske løsninger ligger så tæt op af principperne for udvælgelsen af repræsentative stikprøver som muligt, så systematiske fejl i indekset over tid begrænses til et minimum.

1.3.3 Udskiftninger af varer, kvalitetskorrektioner og ændringer i stikprøver

Et prisindeks med faste vægte skal måle prisudviklingen for en bestemt gruppe af varer eller tjenester. Det udtrykkes ofte således, at prisindekset skal vise prisudviklingen for en fast varekurv. Mens det i teorien er let at definere et sådant indeks, er der flere problemer forbundet med at beregne det i praksis.

Et af problemerne er, at varekurven ikke kan holdes uændret over længere tid, hvis den skal forblive repræsentativ. På de fleste områder sker der en løbende udskiftning af de produkter, der findes på markedet. Der kommer hele tiden nye varer og tjenester frem, mens andre forældes og forsvinder fra markedet.

For at sikre at prisindekset måler prisudviklingen for en relevant – eller repræsentativ – gruppe af varer eller tjenester er det derfor nødvendigt at stikprøven opdateres med nye varer og tjenester. Prisindekset skal imidlertid samtidig kunne tolkes som prisudviklingen for en fast varekurv. I det omfang, der forekommer ændringer i varekurven, er det derfor nødvendigt at korrigere herfor, således at ændringer i prisindekset udelukkende afspejler prisændringer.

Den måske vigtigste type af ændringer i varekurven vedrører kvalitetsændringer. Hermed menes, at et produkt som erstatter et andet produkt der går ud af markedet er af en anden kvalitet. Når prisændringen fra det gamle til det nye produkt indregnes i indekset skal der tages højde for værdien af denne kvalitetsændring, således at kun den "rene" prisændring medtages.

Antag fx at en pc til 5.000 kr. erstattes af en ny model til 6.000 kr. med større ydeevne. I dette tilfælde vil det ikke være korrekt at indregne den fulde prisstigning på 20 pct. i prisindekset, da en del af stigningen kan forklares ved en kvalitetsforbedring. Hvis det nu beregnes eller skønnes, at halvdelen af prisstigningen skyldes kvalitetsforbedringen bør der kun medtages en prisstigning på 10 pct. i indeksberegningen, således at ændringen i prisindekset udelukkende afspejler "rene" prisændringer.

Et andet problem med hensyn til at holde varekurven konstant opstår i forbindelse med såkaldte sæsonvarer, det vil sige varer eller tjenester, der kun findes på markedet en del af året. I dette tilfælde er det derfor heller ikke muligt at følge prisudviklingen fra måned til måned for de samme varer året rundt, og det skal der tages højde for ved beregning af indekset.

Kvalitetsændringer

Korrektion for kvalitetsændringer

Spørgsmålet om kvalitetsændringer opstår i princippet hver gang en vare eller tjeneste i stikprøven erstattes af en ny vare eller tjeneste. Hvis de to produkter er af samme kvalitet kan prisændringen fra det gamle til det nye produkt medtages i indeksberegningen. Hvis der er en kvalitetsforskel mellem det gamle og nye produkt, bør hele prisforskellen derimod ikke medtages i indekset, da den helt eller delvist kan skyldes en kvalitetsændring.

Kvalitetsændringer udbredt indenfor it-produkter

Problemet med kvalitetsændringer er især udbredt inden for it-produkter eller produkter med højt it-indhold, fx computere, mobiltelefoner, tv- og hi-fi-udstyr, køretøjer og andre maskiner, beklædning og visse tjenesteydelser.

Prisudviklingen overvurderes, hvis kvalitetsforbedringerne undervurderes

Generelt gælder, at hvis værdien af kvalitetsforbedringer ignoreres eller undervurderes vil det medføre at prisindekset over tid overvurderer den reelle prisstigning. Det har forskellige afledte effekter i de anvendelser der gøres af indekset. Hvis fx tidsserier i løbende priser deflateres med et indeks, der overvurderer prisudviklingen, undervurderes de reale vækstrater.

Der kan korrigeres for værdien af kvalitetsændringer ved såkaldte indirekte og direkte metoder.

Indirekte kvalitetskorrektioner

Indirekte kvalitetskorrektioner

Ved indirekte metoder, som er langt de mest anvendte, foretages der ikke en eksplicit vurdering af kvalitetsændringen. I stedet beregnes prisindekset alene på grundlag af de observerede priser. Den indirekte kvalitetskorrektion sker ved at prisen for nye varer kan indregnes i indekset på forskellige måder, som hver især er baseret på forskellige forudsætninger om værdien af kvalitetsændringen mellem den udgåede og nye vare.

1) **Direkte sammenligning:** Prisen på erstatningsvaren sammenlignes direkte med prisen på den udgåede vare. Det forudsættes således, at de to varer er af sammenlignelig kvalitet og hele prisændringen medtages i indeksberegningen.
2) **Prisændringen sættes lig kvalitetsændringen:** Prisændringen fra den gamle til den nye varer antages at skyldes en ændring i kvaliteten, og medtages derfor ikke i indeksberegningen.
3) **Overlappende priser:** Hvis der i samme periode er indhentet priser for både den udgåede og nye vare kan den nye vare kædes ind i indeksberegningen. Metoden forudsætter, at prisforskellen afspejler værdien af kvalitetsforskellen mellem den gamle og nye vare.
4) **Imputering:** For erstatningsvaren estimeres prisudviklingen fra sammenligningsperioden ved hjælp af prisudviklingen for tilsvarende varer eller grupper af varer.
5) **Løbende stikprøveopdatering og kædning:** Stikprøven opdateres løbende (også selvom der ikke forsvinder varer) og der beregnes et kædet indeks baseret på matchede periode-til-periode indeks.
6) **Modelpriser:** Hvis det er vanskeligt at følge prisen for samme produkt over tid, kan der specificeres et repræsentativt produkt, som prisfølges over tid. Typisk kan der være tale om unikke eller skræddersyede produkter, fx maskinanlæg eller konsulentydelser.

Valg af metode

De indirekte metoder er baseret på forskellige antagelser om prisdannelsen på markedet. Valget af metode bør derfor foretages under hensyn til, hvilken type produkter der er tale om, og den dominerende markedsform.

Direkte kvalitetskorrektioner

Direkte kvalitetskorrektioner

Ved direkte kvalitetskorrektioner estimeres værdien af kvalitetsforskellen, og der korrigeres herfor ved indregning af prisen for den nye vare i prisindekset.

1) **Ekspertvurdering:** Personer med produktkendskab, fx producent eller forhandler, prisindsamler eller personale i Danmarks Statistik vurderer værdien af kvalitetsændringen og korrigerer herfor i indeksberegningen.
2) **Korrektion ud fra oplysninger om priser for dele af produktet:** Ud fra oplysninger om produktionsomkostninger eller markedspriser for produktets forskellige bestanddele eller for en ny funktionalitet, der tilføres produktet, foretages en korrektion herfor i sammenligningsperioden.
3) **Hedonisk regression:** Ved hedonisk regression estimeres en sammenhæng mellem produktets pris og de centrale karakteristika ved produktet. De estimerede koefficienter angiver, hvor meget de forskellige karakteristika hver for sig bidrager med til den samlede pris. For et nyt produkt med ændrede karakteristika, fx en pc'er med større RAM eller en ny bilmodel med større motor, kan der herefter beregnes en pris korrigeret for kvalitetsændringen.

Direkte metoder mere tids- og datakrævende

Metoderne til direkte kvalitetskorrektion kræver generelt flere informationer end de indirekte metoder, og er typisk også mere tidskrævende. Der er derfor heller ikke altid hensigtsmæssigt at foretage direkte korrektioner.

Varianter af eksisterende produkter

De direkte og indirekte metoder til kvalitetskorrektioner anvendes som hovedregel hvor der er tale om nye varianter af eksisterende produkter, men hvor en sammenligning stadig giver mening.

Radikalt nye produkter

For radikalt nye produkter er det derimod ikke muligt eller meningsfuldt at foretage sammenligninger med tidligere produkter. Fx er det ikke muligt at korrigere prisforskellen mellem et traditionelt kamera og et digitalt kamera for kvalitetsforskellen, fordi de to produkter har forskellige funktioner og kan dække forskellige behov, som det i praksis ikke er muligt at sætte en pris på. Et andet eksempel kan være ny medicin, som giver bedre resultater eller erstatter kirurgiske indgreb. I praksis kædes radikalt nye produkter derfor ind i indeksberegningen, således at medtagningen heraf ikke i sig selv påvirker indekset.

Sæsonvarer

Med sæsonvarer menes varer eller tjenester, der ikke er på markedet hele året. For månedlige eller kvartalsvise indeks er det i dette tilfælde ikke muligt at følge prisudviklingen hele året. I forbrugerprisindekset, der opgøres månedligt, kan der fx ikke indsamles priser året rundt på frisk frugt, nye danske kartofler, badetøj eller vinterjakker.

Problemet med sæsonvarer kan principielt løses på to måder: Ved at anvende faste årlige vægte og estimere en pris for den periode, hvor produktet ikke findes på markedet, eller ved at anvende månedlige (eller kvartalsvise) vægte.

Variable vægte

Ved anvendelse af månedlige vægte tildeles varer, som er ude af sæson, en vægt på nul og indgår således ikke i indeksberegningen. Fordelen ved metoden er, at man ikke skal estimere en kunstig pris for varer, som ikke findes på markedet. Det er imidlertid en ulempe ved metoden, at det bliver vanskeligt at tolke ændringen fra måned til måned, fordi varekurven ikke holdes konstant. Indekset kan således i princippet ændre sig mellem to måneder, selvom alle priser er uændrede, på grund af en ændring i vægtgrundlaget.

Faste vægte

Anvendes faste årlige vægte, hvilket er det mest almindelige, er der ikke et tilsvarende problem med at tolke udviklingen i indekset. Et månedligt prisindeks med faste årlige vægte viser således prisændringen fra måned til måned for den faste årlige varekurv. Derimod er det nødvendigt at estimere en pris for de perioder, hvor sæsonvarerne ikke findes på markedet. Her er der to muligheder.

1. Manglende priser fremføres uændret

Den senest observerede pris kan fremføres uændret, indtil varen vender tilbage på markedet i den efterfølgende sæson. Så længe prisen holdes uændret vil det trække indekset mod 100 (uændret). I perioder med generelt store prisstigninger kan det derfor fra måned til måned give indtryk af for små prisstigninger. Er der tale om en periode med relativt stabile priser vil den kortsigtede misvisning være mere begrænset. For årsstigningen vil det derimod ikke have større betydning, forudsat sæsonmønstret er konstant.

2. Manglende priser estimeres

Den anden mulighed er at antage, at hvis sæsonvaren havde været på markedet, ville prisen have udviklet sig på samme måde som priserne for tilsvarende produkter, der findes på markedet. Når sæsonvaren forsvinder fra markedet videreføres den derfor med prisudviklingen for sammenlignelige varer, der findes på markedet. Når varen igen kommer på markedet sammenlignes prisen herfor med den senest estimerede pris. Et oplagt eksempel er jakker i forbrugerprisindekset, som dækker over både sommer- og vintermodeller, der kun findes en del af året. Når vinterjakker udgår af handlen videreføres priserne herfor med prisudviklingen for sommerjakker, og omvendt.

Udeladelse af sæsonvarer

Hvis en sæsonvare har en meget begrænset vægt og måske kun findes på markedet en eller to måneder om året kan en løsning være helt at udelade den af indekset. Det svarer til at antage, at prisudviklingen svarer til den gennemsnitlige prisudvikling for de varer, der er medtaget i indekset.

1.4 Overordnede indeks

Aggregerede indeks er vægtede gennemsnit af basisindeks

De fleste prisindeks, som Danmarks Statistik beregner, er fastvægtsindeks. Det vil sige, at aggregerede indeks beregnes som aritmetiske vægtede gennemsnit af basisindeks. Vægtene for et basisindeks udtrykker betydningen af de varer som basisindekset beskriver.

Det vil sige, at der typisk tages udgangspunkt i formlen

$$P_{0:t} = \sum_{i=1}^{N} w_b^i \cdot P_t^{i,basis}, \text{ hvor } \sum_{i=1}^{N} w_b^i = 1$$

Her er $P_t^{i,basis}$ et basisindeks for de varer og tjenester der indgår i basisindeks *i*. Vægten w_b^i er den vægt som varerne i basisindekset har. Hvis det samlede indeks skal være et Laspeyres-prisindeks er basisindekset et prisrelativ for en enkelt vare og vægten er budgetandelen af varen i periode 0.

1.4.1 Fra basisindeks til totalindeks

Beregnes et Laspeyres-prisindeks kan aggregerede indeks beregnes direkte, det vil sige som et vægtet gennemsnit af prisrelativer, eller ved sammenvejning af delindeksene. Her er delindeksene Laspeyres-prisindeks for en delmængder af de varer der indgår i totalindekset.

Eksempel

Vi ønsker at beregne et Laspeyres-prisindeks for ti varer. Først beregnes der basisindeks for hver vare, derefter beregnes delindeks og totalindeks. Delindeksene der beregnes er for de første fire varer, (gruppe A) og for de sidste seks varer (gruppe B).

Det totale indeks kan beregnes som et vægtet gennemsnit af basisindeksene eller ved at sammenveje delindeksene. Når der beregnes Laspeyres-prisindeks er der ingen forskel på de to tilgange, hvilket vises i nedenstående beregning.

Basisindeksene er

$$P_{0:t}^{i,basis} = \frac{p_t^i}{p_0^i}, \quad \text{hvor} \quad i = 1, \ldots 10.$$

For hver gruppe beregnes Laspeyres-prisindekset:

$$P_{0:t}^{LA,\,A} = \sum_{i=1}^{4} w_0^{i,A} \cdot P_t^{i,basis} \quad \text{og} \quad P_{0:t}^{LA,\,B} = \sum_{i=5}^{10} w_0^{i,B} \cdot P_t^{i,basis}$$

hvor

$$\sum_{i=1}^{4} w_0^{i,A} = 1 \quad \text{og} \quad \sum_{i=5}^{10} w_0^{i,B} = 1 \cdot$$

Her er vægten $w_0^{i,A}$ vare i's andel af værdien af varerne i gruppe A.

Det totale indeks er

$$P_{0:t}^{LA} = w_0^A \cdot P_{0:t}^{LA,\,A} + w_0^B \cdot P_{0:t}^{LA,\,B} = \sum_{i=1}^{10} w_0^i \cdot P_t^{i,basis} \;,$$

hvor w_0^A (henholdsvis w_0^B) er varerne i gruppe A's (henholdsvis gruppe B's) andel af den totale værdi. Desuden er

$$w_0^i = \begin{cases} w_0^A \cdot w_0^{i,A} & \text{for varerne i gruppe A} \\ w_0^B \cdot w_0^{i,B} & \text{for varerne i gruppe B} \end{cases}$$

vare i's andel af værdien af de ti varer.

Paasche-prisindekset har en tilsvarende egenskab, men man skal huske på, at der skal benyttes harmoniske vægtede gennemsnit i stedet for de sædvanlige aritmetiske vægtede gennemsnit.

Eksemplet illustrerer to vigtige forhold. For det første beregnes de aggregerede indeks ved sammenvejning af basisindeks og for det andet er det beskrevne indeks konsistent under aggregering.

Additivitet

Desuden kunne delindeksene i eksemplet vejes sammen med de aktuelle vægte. Denne egenskab kaldes additivitet. Det er ofte en ønsket egenskab, men den kan være vanskelig at opretholde ved vægtskifte. Additivitet beskrives lidt nærmere i næste afsnit.

Fastvægtsindeks af Laspeyres-typen

Et indeks, der beregnes som vægtede aritmetiske gennemsnit af basisindeks, med de samme vægte i alle perioder, kaldes et fastvægtindeks af Laspeyres-typen. Ved beregning af denne type indeks er idéen om en fast varekurv den samme som i Laspeyres-indekset, men de anvendte vægte er ikke nødvendigvis beregnet i samme periode som prisreferenceperioden.

Betegnelsen fastvægtsindeks af Laspeyres-typen benyttes også selv om de indeks, der beregnes på det mest detaljerede niveau, beregnes med andre formler end Laspeyres'. De fleste af Danmarks Statistiks indeks beregnes ved aggregering af indeks på et lavere detaljeringsniveau.

1.4.2 Kædning og kædeindeks

Ofte beregnes indeks for mange perioder og præsenteres som en sammenhængende serie. Der sker imidlertid ændringer i de forhold, som et indeks vægte er beregnet på grundlag af. Derfor er det nødvendigt, at beregne nye vægte med jævne mellemrum. Eksempelvis var forbruget af teletjenester i 1980 meget anderledes end i dag og dette forhold skal blandt andet afspejle sig i forbrugerprisindekset.

Kædning ved vægtskifte

Ved opdatering af vægtene startes på en ny indeksberegning, med pris- og indeks-referenceperiode på det tidspunkt hvor de nye vægte tages i brug. For at få sammenhængende tidsserier på alle niveauer kædes det nye indeks på de gamle indeks. Dette kan gøres ved brug af følgende formel

$$P_{0:t}^{K} = P_{0:s} \cdot P_{s:t}$$

Her introduceres de nye vægte i periode s og $P_{s:t}$ er indekset beregnet med de nye vægte og indeksreferenceperiode s. Toptegnet K i $P_{0:t}^{K}$ er udtryk for, at indekset er kædet.

Kædning ved vægtskift på alle niveauer

Typisk benyttes denne formel på alle niveauer i et indeks. Det vil sige, at de aggregerede indeks som beregnes med de nye vægte, benyttes til at fremskrive det gamle indeks. Herved fås indeks, som viser den aktuelle udvikling i aggregatet.

Kædede indeks er ikke additive

Hvis ovenstående formel anvendes på alle aggregeringsniveauer, er det ikke muligt at sammenveje delindeks til mere aggregerede indeks med de aktuelle vægte. Indeksene er med andre ord ikke additive.

Kædeindeks

Hvis der opdateres vægte i alle perioder fås et kædeindeks. Et Laspeyres-kædeprisindeks beregnes ved, at der for alle perioder beregnes et Laspeyres-prisindeks, hvor indeks-, pris- og vægtreferenceperioden er den foregående periode. Et Laspeyres-kædeprisindeks med indeksreferenceperiode 0 beregnes ved

$$P_{0:t}^{LAK} = P_{0:1}^{LA} \cdot P_{1:2}^{LA} \cdot \cdots \cdot P_{t-1:t}^{LA} = P_{0:t-1}^{LAK} \cdot P_{t-1:t}^{LA}$$

Paasche-kædeprisindeks beregnes på tilsvarende måde.

Forskellen mellem kædeindeks og indeks med fast vægtreferenceperiode illustrerer forholdet mellem to centrale egenskaber som indeks kan have: Additivitet og transitivitet.

Additivitet

Der er tale om additivitet når delindeks kan sammenvejes til totalindeks med de samme vægte i hele indeksseriens forløb. Eksempelvis har nationalregnskabet serier, der beskriver udviklingen i værdier i faste priser. Disse serier findes både på aggregeret niveau og fordelt på brancher. Hver af disse serier er i virkeligheden skalerede mængdeindeks. Additivitet vil i dette tilfælde betyde, serierne opfylder en sædvanlig regnskabsmæssig sammenhæng: Summen af branchernes værdier i faste priser giver den totale værdi i faste priser. Imidlertid er det ikke muligt, at opnå den regnskabsmæssige sammenhæng, hvis man samtidig ønsker, at udviklingen i de enkelte serier skal benytte aktuelle vægte. Dette forhold beskrives nærmere i kapitel 7, om nationalregnskabets mængdeindeks.

Transitivitet

Der er tale om transitivitet af et indeks hvis det opfylder følgende sammenhæng:

$$P_{0:2} = P_{0:1} \cdot P_{1:2}$$

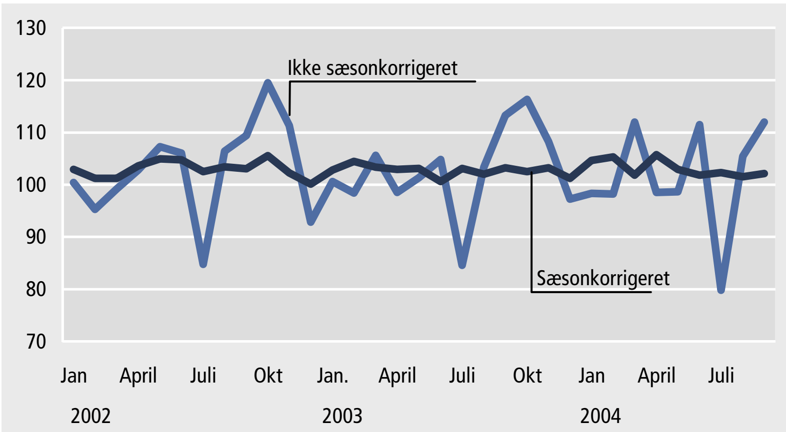
Et indeks er med andre ord transitivt, hvis indekset for periode 2 med udgangspunkt i periode 0 situation kan fås som produktet af indekset for periode 1 og indekset for periode 2 med udgangspunktet henholdsvis i periode 0 og periode 1.

Ofte beregnes indeks på meget detaljerede niveauer med formler, der opfylder kravet om transitivitet. Indeks på mere aggregerede niveauer beregnes typisk ved, at beregne et aritmetisk vægtet gennemsnit af basisindeks, hvilket medfører at aggregerede indeks ikke er transitive.
I forrige afsnit blev det vist, at blandt de formler der primært bruges til basisindeks -Jevons, Carlis og Dutots- er Jevons og Dutots transitive, mens Carli-indekset ikke er transitivt.

1.5 Sæsonkorrektion

En del af Danmarks Statistiks indeks indeholder sæsonsvingninger. Det vil sige, at en del af den udvikling som indeks viser, kan forklares med forhold som hænger sammen med sæsonen. Eksempelvis er observationen for juli måned i industriens produktionsindeks ofte årets laveste. Dette kan forklares med at mange virksomheder har lavere produktion i juli på grund af ferie. Grafen for produktionsindekset er vist nedenfor.

Produktionsindeks for industri med 2000 = 100



Indeksserier der har sæsonsvingninger kan korrigeres således at det bliver muligt at vurdere den reelle udvikling fra en periode til den næste. Sæsonkorrektion består i at bestemme hvor meget af variationen der kan tilskrives sædvanlige sæsonsvingninger.

Sæsonkorrektions-modeller

Med X12-ARIMA estimeres modeller der benyttes til fremskrivning og dekomponering af serien. De metoder der anvendes til dekomponeringen bygger på forskellige typer af glidende gennemsnit. De fire komponenter er sæsonkomponenten, konjunkturkomponenten, trendkomponenten og en irregulær komponent. Mere information om sæsonkorrektion i Danmarks Statistik findes i publikationen *Sæsonkorrigering* som er udgivet af Danmarks Statistik i maj 2002.

Programmer til sæsonkorrektion

I Danmarks Statistik anvendes programmet X12-ARIMA til Sæsonkorrektion. X12-ARIMA er et program lavet af den amerikanske statistikinstitution U.S. Census Bureau. Det er muligt at hente programmet på www.census.gov/srd/www/x12a/ hvor der også er mere information. Danmarks Statistik anvender også programmet Demetra, som er en grafisk brugerflade til X12-ARIMA. Demetra er udviklet af Eurostat og ligesom X12-Arima gratis. Det kan hentes fra forum.europa.eu.int/irc/dsis/eurosam/info/data/demetra.htm