

PISA-informationsmøde

PISA set med den danske folkeskoles briller



Fagformål forenklede Fælles Mål

- Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.

- Stk. 2.
Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.

- Stk. 3.
Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.

Mathematical literacy i PISA

... en persons formåen til at formulere, udføre og fortolke matematik i en mangfoldighed af sammenhænge. Det omfatter at kunne ræsonnere matematisk og gøre brug af matematiske begreber, procedurer, kendsgerninger og redskaber til at beskrive, forklare og forudsige fænomener. Det er en hjælp til at erkende den rolle, som matematik spiller i verden og til at foretage og træffe velfunderede vurderinger og beslutninger som konstruktive, engagerede og reflekterende borgere.

OECD 2013

Kompetencemål i Fælles Mål

	3. klassetrin	6. klassetrin	9. klassetrin
Matematiske kompetencer	Eleven kan handle hensigtsmæssigt i situationer med matematik	Eleven kan handle med overblik i sammensatte situationer med matematik	Eleven kan handle med dømmekraft i komplekse situationer med matematik
Tal og algebra	Eleven kan udvikle metoder til beregninger med naturlige tal	Eleven kan anvende rationale tal og variable i beskrivelser og beregninger	Eleven kan anvende reelle tal og algebraiske udtryk i matematiske undersøgelser
Geometri og måling	Eleven kan anvende geometriske begreber og mål	Eleven kan anvende geometriske metoder og beregne enkle mål	Eleven kan forklare geometriske sammenhænge og beregne mål
Statistik og sandsynlighed	Eleven kan udføre enkle statistiske undersøgelser og udtrykke intuitive chancestørrelser	Eleven kan udføre egne statistiske undersøgelser og bestemme statistiske sandsynligheder	Eleven kan vurdere statistiske undersøgelser og anvende sandsynlighed

Matematiske kompetencer

- Problembehandling
- Modellering
- Ræsonnement og tankegang
- Repræsentation og symbolbehandling
- Kommunikation
- Hjælpemidler

Fra læseplanen

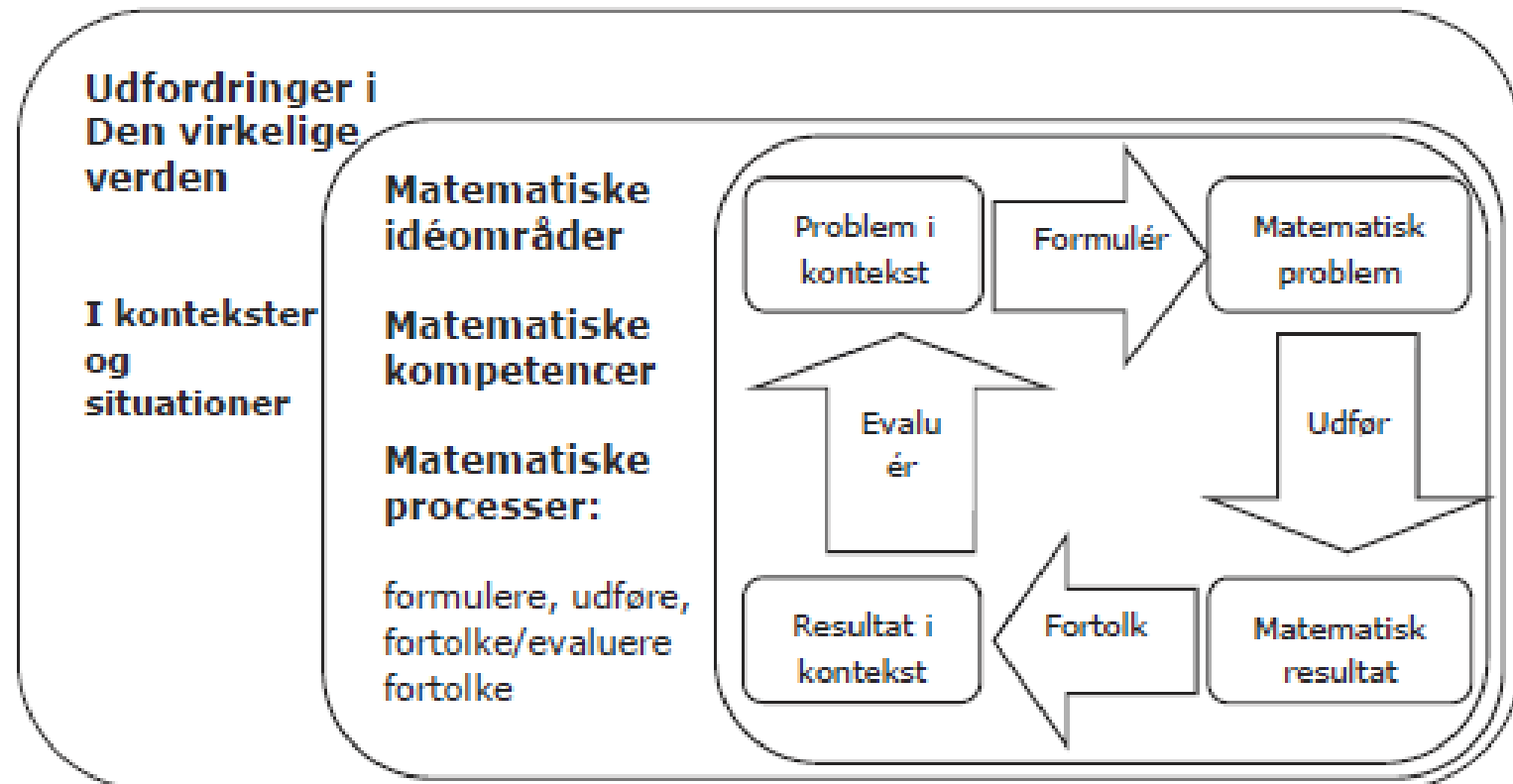
- **Problembehandling** vedrører løsning og opstilling af matematiske problemer, dvs. matematiske spørgsmål der ikke kan besvares udelukkende med rutinemetoder.
 - **Modellering** vedrører dels processer, hvor matematik anvendes til behandling af situationer og problemstillinger uden for matematikken dels analyse og vurdering af matematiske modeller, som beskriver forhold i virkeligheden.
 - **Ræsonnement og tankegang** vedrører matematisk argumentation og karakteristika ved matematisk tankegang.
 - **Repræsentation og symbolbehandling** vedrører anvendelse og forståelse af repræsentationer i matematik, herunder matematisk symbolsprog.
 - **Kommunikation** vedrører det at udtrykke sig med og om matematik og at sætte sig ind i og fortolke andres udtryk med og om matematik.
 - **Hjælpemidler** vedrører kendskab til, samt anvendelse og valg af relevante hjælpemidler i matematik.
-

PISA 1998 (og UVM)

- mathematical thinking skill
- mathematical argumentation skill
- modelling skill
- problem posing and solving skill
- representation skill
- symbol, formalism and technical skill
- communication skill
- and, aids and tools skill

PISA 2012

Figur 2.1. Sammenhænge mellem grundelementer i rammen for matematik i PISA



Kontekster

- **Personlig** kontekst trækker på situationer, der tænkes at være knyttet direkte til den enkelte elevs daglige gøremål.
- **Uddannelse/arbejde** indeholder situationer, der kan opleves i forbindelse med elevens skolegang, videre uddannelse eller i en arbejdssammenhæng.
- **Samfund** omhandler spørgsmål, der drejer sig om lokale såvel som mere generelle samfundsproblemstillinger, som eleven skal kunne forstå sammenhænge i ved brug af sin matematiske viden og kunnen med henblik på at kunne vurdere aspekter, der kan tænkes at have betydning for det offentlige liv.
- **Videnskabelig** kontekst tænkes at være længst væk fra eleven, fordi den ofte vil opleves som mere abstrakt, teoretisk og teknisk end de tre foregående.

De tre processer

- At **formulere** [formulate] refererer til en persons formåen med hensyn til at genkende og identificere muligheder for at gøre brug af matematik
- At **udføre** [employ] eller gøre brug af matematik refererer i denne sammenhæng til en persons formåen i forhold til at bringe matematiske begreber, kendsgerninger, procedurer og ræsonnementer i anvendelse for at løse matematisk formulerede problemer
- At **fortolke** [interpret] i definitionen af *mathematical literacy* refererer til en persons formåen i forhold til at reflektere over matematiske løsninger, resultater eller konklusioner og det at *fortolke* dem i konteksten af ekstramatematiske problemer

Ideområder

- **Rum og form** idéområdet har begreber fra geometrien som grundlag.
- **Forandringer og sammenhænge** trækker på funktionsteori ved behandlingen af variable til beskrivelse af forandringer og sammenhænge, samtidig med at algebra ofte inddrages.
- **Størrelser** omhandler talbeskrivelser af fænomener samt kvantitative sammenhænge og mønstre.
- **Usikkerhed og data** involverer fænomener og sammenhænge, som kan studeres med sandsynlighedsregning og statistik, hvor fx fortolkninger af diagrammer indgår.

Stofområder i Fælles Mål

- Tal og algebra
- Geometri og måling
- Statistik og sandsynlighed

Tabel 2.2. Oversigt over opgavespørgsmål i PISA 2012.

	Rum og form	Forandringer og sammenhænge	Størrelser	Usikkerhed	I alt
Formulere	13	8	6	5	32
Udføre	12	16	16	6	50
Fortolke	2	5	6	14	27
<i>I alt</i>	<i>27</i>	<i>29</i>	<i>28</i>	<i>25</i>	<i>109</i>
Personlig	6	5	7	3	21
Uddannelse/arbejde	10	7	5	2	24
Samfund	7	3	10	16	36
Videnskabelig	4	14	6	4	28
<i>I alt</i>					<i>109</i>
Simple multiple choice	6	5	10	11	32
Kompleks multiple choice	4	3	3	3	13
Korte svar	8	7	12	6	33
Udvidede svar	9	14	3	5	31
<i>I alt</i>	<i>27</i>	<i>29</i>	<i>28</i>	<i>25</i>	<i>109</i>



CYKLISTEN HELLE (E)



Helle har lige fået en ny cykel. Den har et speedometer, som sidder på styret.

Speedometeret kan fortælle Helle, hvilken distance hun tilbagelægger, og hendes gennemsnitshastighed på en tur.

Spørgsmål 1: CYKLISTEN HELLE

PM957Q01

På en tur kørte Helle 4 km i de første 10 minutter og herefter 2 km i de næste 5 minutter.

Hvilket et af de følgende udsagn er korrekt?

- A Helles gennemsnitshastighed var højere i de første 10 minutter end i de næste 5 minutter.
- B Helles gennemsnitshastighed var den samme i de første 10 minutter og i de næste 5 minutter.
- C Helles gennemsnitshastighed var lavere i de første 10 minutter end i de næste 5 minutter.
- D Det er ikke muligt at vide noget som helst om Helles gennemsnitshastighed ud fra den givne information.

FSA færdighedsprøven



Frederikke har 4 km til skole. En dag tager det hende 20 minutter at cykle til skole.

11. Frederikke cykler til skole med en gennemsnitsfart på _____ km/t
12. Hvor mange minutter tager det Frederikke at cykle til skole, hvis hun en dag cykler de 4 km med en gennemsnitsfart på 20 km/t? _____ min.

I Zedland er der to aviser, der prøver at hverve sælgere. Annoncerne nedenfor viser, hvordan de betaler deres sælgere.

ZEDLAND POSTEN

BRUG FOR EKSTRA PENGE?

SÆLG VORES AVISER

Du vil blive betalt:
0,20 zeds pr. avis for de første 240 aviser, du sælger på en uge plus 0,40 zeds for hver ekstra avis, du sælger.

ZEDLAND TIDENDE

GODT BETALT JOB, DER IKKE TAGER LANG TID!

Sælg Zedland Tidende og tjen 80 zeds om ugen, plus ekstra 0,05 zeds pr. avis du sælger.

PISA

Spørgsmål 1: SALG AF AVISER

PM994Q03

John beslutter sig for at søge en stilling som avissælger. Han skal vælge mellem Zedland Posten og Zedland Tidende.

Hvilken af de følgende grafer er en korrekt fremstilling af, hvordan de to aviser betaler deres sælgere? Sæt ring om A. B. C eller D.

A

B

C

D

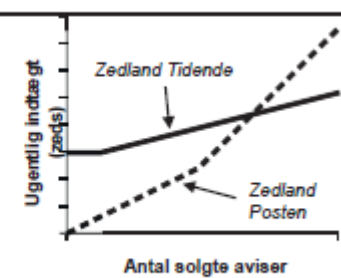
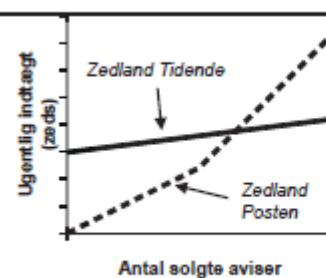
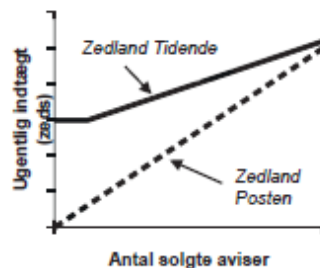
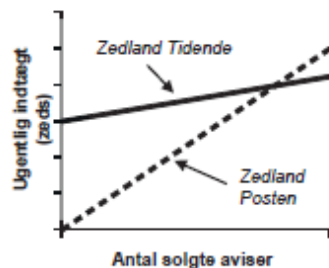




Foto: Opgavekommissionen i matematik

9. A vil tjene flere penge til en hyttetur ved at sælge kalendere for et firma.

Klassen kan vælge mellem to muligheder:

Mulighed 1:

- 9. A kan sælge hver kalender for 40 kr. De beholder 15 kr. for hver kalender, de sælger, og skal give 25 kr. til firmaet.
- 9. A skal levere de kalendere, de ikke sælger, tilbage til firmaet.

Mulighed 2:

- 9. A kan sælge hver kalender for 40 kr. De beholder 20 kr. for hver kalender, de sælger, og skal give 20 kr. til firmaet.
- 9. A skal også give 20 kr. til firmaet for hver kalender, de ikke sælger.

9. A overvejer at bestille 600 kalendere hos firmaet. De vil finde ud af, om det bedst kan betale sig for dem at vælge mulighed 1 eller 2.

4.1 Hvor stort er 9. A's overskud, hvis de vælger mulighed 1 og sælger alle 600 kalendere?

4.2 Hvor stort er 9. A's overskud, hvis de vælger mulighed 2 og sælger 375 af de 600 kalendere?

9. A fremstiller en tabel, der viser, hvor stort deres overskud bliver med mulighed 1 og 2, hvis de ikke sælger alle 600 kalendere. Tabellen er på filen KALENDER_MAJ_2014 og på bilag 1.

4.3 Du skal finde frem til en funktionsforskrift, der beskriver, hvor stort 9. A's overskud er, hvis de vælger mulighed 2 og sælger x af de 600 kalendere.

4.4 Undersøg, hvor mange af de 600 kalendere 9. A skal sælge, for at mulighed 2 giver større overskud end mulighed 1.

9. A beslutter sig for at vælge mulighed 2. De overvejer, om de skal bestille et andet antal end 600 kalendere. Clara påstår, at de altid vil få overskud, hvis de sælger mere end halvdelen af det antal kalendere, de har bestilt.

4.5 Har Clara ret i sin påstand? Du skal begrunde dit svar.

PISA



Infusioner (eller intravenøse drop) bruges til at give væsker og medicin til patienter.

Sygeplejersker har brug for at beregne dråbehastigheden, D , i dråber pr. minut ved infusioner.

De bruger formelen $D = \frac{dV}{60n}$ hvor

d er dråbetallet målt i dråber pr. milliliter (ml)

V er rumfanget af infusionen målt i ml

n er antallet af timer som infusionen skal vare.

Spørgsmål 1: DRÅBEHASTIGHED

PM903Q02 – 019

Hvad er dråbehastigheden, D , i dråber pr. minut når dråbetallet, d , er 6 dråber pr. ml, rumfanget, V , er 500 ml og infusionstiden, n , er 5 timer?

Dråbehastighed i dråber pr. minut:

Spørgsmål 2: DRÅBEHASTIGHED

PM903Q03 – 019

Sygeplejersker har også brug for at beregne rumfanget af en infusion, V , ud fra dråbehastigheden, D .

En infusion med en dråbehastighed på 50 dråber pr. minut skal gives til en patient i 3 timer. Ved denne infusion er dråbetallet 25 dråber pr. milliliter.

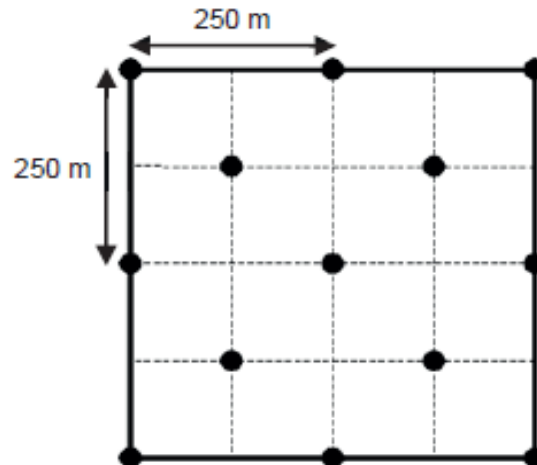
Hvad er rumfanget af infusionen i ml?

Rumfanget af infusionen:

VINDKRAFT

	Zedby overvejer at bygge nogle vindmøller, der skal producere elektricitet. Bystyret i Zedby indhentede informationer om følgende model.	
	Model:	E-82
	Tårnets højde:	138 meter
	Antal vinger:	3
	Længden på en vinge:	40 meter
	Maksimal rotationshastighed:	20 rotationer pr. minut
	Byggepris:	3 200 000 zeds
	Omsætning:	0,10 zeds pr. produceret kWh
	Vedligeholdelsesomkostninger:	0,01 zeds pr. produceret kWh
	Effektivitet:	Kan være i gang 97 % af året

OBS: kilowatttimer (kWh) er en måleenhed for elektrisk energi.



● = vindkraftstation
OBS: Tegning er ikke i et rigtigt
målestoksforhold.

Spørgsmål 1: VINDKRAFT

Zedby har besluttet at opstille nogle E-82 vindmøller på en kvadratisk mark (længde = bredde = 500 m).

Ifølge byggeregulativerne, skal minimum-afstanden mellem tårnene på to vindkraftstationer af denne type være fem gange længden af en vinge.

Byens borgmester har lavet et forslag til, hvordan man kan opstille vindmøllerne på marken. Dette er vist i diagrammet ved siden af.

Forklar hvorfor borgmesterens forslag ikke opfylder byggeregulativerne. Underbyg dine argumenter med beregninger.

FS10

4

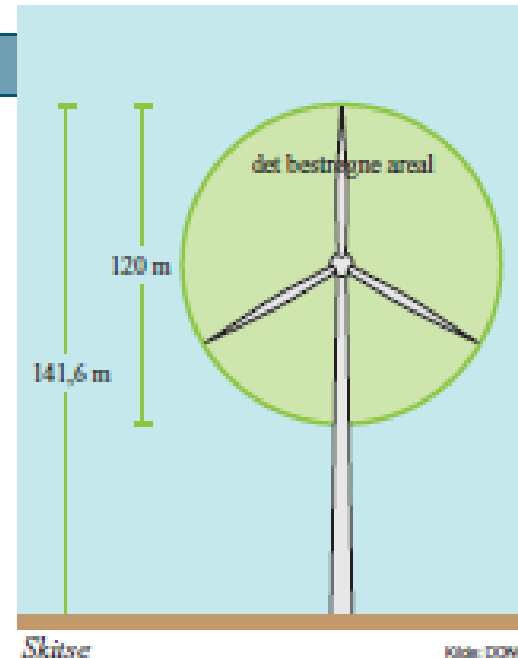
Vindmøller

Skitsen til højre viser målene på en vindmølles højde og diameteren i den cirkel, der kaldes "det bestrøgne areal". Det bestrøgne areal er det område, hvor vinden rammer vindmøllens vinger.

4.1

Du skal vise med en beregning, at det bestrøgne areal er ca. 11 310 m².

Vindmøllen udnytter energien fra vinden. Den mængde energi, som passerer vindmøllens vinger pr. sekund, kaldes vindens effekt. Formlen i boksen herunder bruges til at beregne vindens effekt ved en vindmølle.



$$P = \frac{0,6 \cdot v^3 \cdot A}{10^6}$$

P : Vindens effekt i MW (megawatt)
 v : Vindhastighed i m/s
 A : Arealet af det bestrøgne areal i m²

4.2

Beregn vindens effekt, P , når vindhastigheden er 8 m/s, og det bestrøgne areal er 11 310 m².

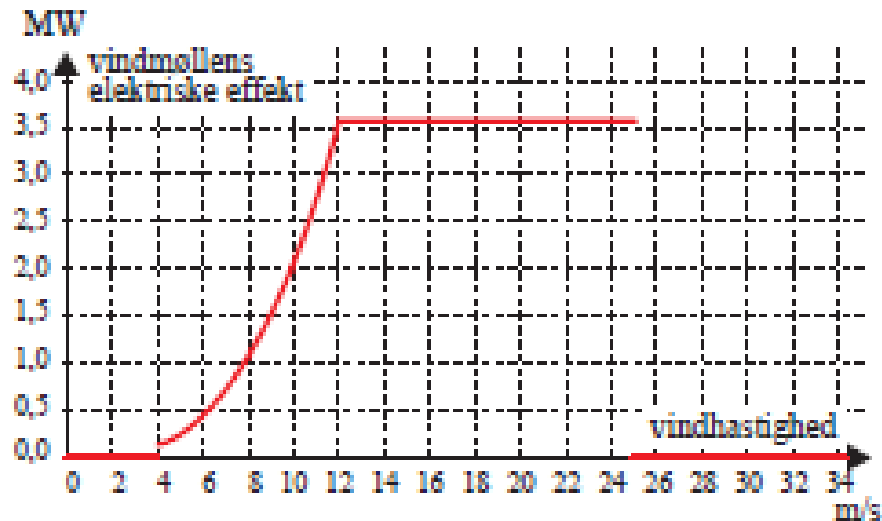
FS10 fortsat

Den røde kurve herunder viser sammenhængen mellem vindhastigheden og vindmøllens elektriske effekt.

4.3 Hvor stor er vindmøllens største elektriske effekt?

4.4 Hvad fortæller den røde kurve om vindmøllens elektriske effekt ved forskellige vindhastigheder?

En vindmølle omdanner kun en del af vindens effekt til elektrisk effekt.
Ved en vindhastighed på 9 m/s er vindens effekt 4,95 MW.



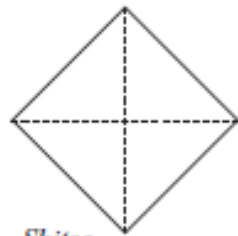
4.5 Hvor stor en procentdel af vindens effekt omdanner vindmøllen til elektrisk effekt ved en vindhastighed på 9 m/s?

FSA

En diagonal inddeler enhver rombe i to trekanter.

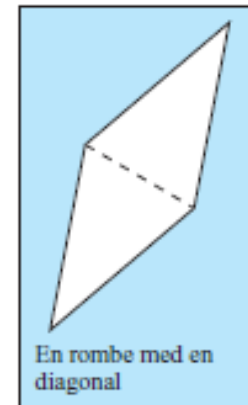
- 6.4** Forklar, hvorfor de to trekanter er ligebenede, og hvorfor de to trekanter er kongruente.

På skitsen herunder er der tegnet to diagonaler i en rombe, og i den blå boks herunder er der tre påstande om diagonaler i romber. En af påstandene er forkert.



Skitse

- Påstand 1: I enhver rombe står diagonalerne vinkelret på hinanden.
 Påstand 2: I enhver rombe er diagonalerne lige lange.
 Påstand 3: I enhver rombe skærer diagonalerne hinanden på midten.



En rombe med en diagonal

- 6.5** Undersøg, hvilken påstand der er forkert, og bevis, at den er forkert.

-
- **PISA opgaver ligner danske prøveopgaver meget**
 - **De områder - fagligt, kontekstuel, kompetencebaseret mv - som PISA tester passer fint i en dansk sammenhæng**