

Vækstregnskab for *nm*-erhvervet

Resumé:

Papiret præsenterer et vækstregnskab for nm-erhvervet og sammenligner den totale faktorproduktivitet (TFP) fra vækstregnskabet med den TFP, man kan beregne ud fra faktorblokken. Vi finder en god overensstemmelse mellem de to mål.

EBJ23N05.WPD

Nøgleord: Vækstregnskab, faktorblok, CES, Törnqvistindeks

Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.

1. Indledning

Det er en forholdsvis kendt sag, at ADAMs faktorblok er besværlig at køre med i fremskrivninger, hvorfor mange af vore kunder, når de laver fremskrivninger mere eller mindre vælger at eksogenisere faktorblokken. Èt af problemerne for vore kunder er fortolkningen af vore effektivitetsindeks for kapitalapparatet. Estimationerne tilsiger nemlig at vækstraten i effektiviteten af maskinkapital skulle være negativ (effektiviteten af arbejdskraften estimeres i øvrigt til at være voksende). Med andre ord skulle effektiviteten af maskinkapital altså falde over tid, hvilket ingenlunde virker intuitivt plausibelt. TTH10305 peger på, at hvis man ser bort fra de relative faktorpriser, er forklaringen sandsynligvis den, at den teknologiske udvikling går i retning af at være arbejdskraftbesparende og mere kapitalintensiv. Det har så videre den konsekvens, når man estimerer, at kapitaleffektiviteten kommer ud med negativ vækstrate. TTH10305 peger videre på, at effektiviteten af kapital ikke bør betragtes isoleret fra effektiviteten af arbejdskraft men at den *sammenvejede* effektivitet af kapital og arbejdskraft er positiv, og har en bias i retning af være arbejdskraftbesparende og mere kapitalintensiv.

I håbet om bedre at kunne forstå ADAMs trender, har vi som en begyndelse fundet det nyttigt at se på vækstregnskaber, og fra disse finde en total faktorproduktivitet - en såkaldt TFP. Denne TFP ville så give os en benchmark for, hvad der ville være en fornuftig trend for produktionen. Vi begrænser os i dette papir til ét erhverv, *nm*-erhvervet og sammenligner den produktivitet, som vækstregnskabet tilsiger, med den produktivitet man kan beregne ud fra ADAMs faktorefterspørgselsligninger for maskinkapital og arbejdskraft. Det er ikke en øvelse der er ligetil, og en stor del af dette papir kommer til at handle om de problemer der er forbundet med øvelsen.

I afsnit 2 opstilles et formelt vækstregnskab for *nm*-erhvervet i ADAM. I afsnit 3 udregner vi den produktivitet for *nm*-erhvervet, som efterspørgselsligningerne for maskinkapital og arbejdskraft tilsiger. I afsnit 4 diskuterer vi de problemer der er forbundet med at sammenligne den TFP, som kommer ud af vækstregnskabet og den TFP, man kan beregne ud fra faktorblokken, som den ser ud i dag. Endelig konkluderes papiret i afsnit 5.

2. Vækstregnskab for *nm*-erhvervet

Vi antager, at vi er givet en produktionsfunktion, $F(A,X)$, hvor X er en vektor bestående af kapital, K , arbejdskraft, L , brændsel, E , materialer, M og services, S (også kaldet *KLEMS vækstregnskab*). Parameteren, A , er den totale faktorproduktivitet. Produktiviteten, A , fanger det forhold, at produktionen, F , kan stige uden at faktorinputtet, X , er blevet øget. Vi vælger nu, at definere A på følgende måde: Hvis produktiviteten, A , stiger med én pct, og faktorinputtet er uændret, stiger også produktionen, F med én pct. Dvs. at produktionens elasticitet mht. produktiviteten er defineret til at være 1:

$$\frac{\partial \log F}{\partial \log A} \equiv 1 \tag{1}$$

Lad Q betegne prisen på outputtet, F , og lad P være prisvektoren på faktorinputtet, X . Værdien af outputtet kan nu udtrykkes som $W_F = Q F$, og værdien af faktorinput, i , kan udtrykkes som: $W_i = P_i X_i$. Hvis det antages, at virksomheden tager alle priser for givne og profitmaksimerer, ender man med, at:

$$\frac{\partial F}{\partial X_i} = \frac{P_i}{Q} \quad (2)$$

hvor der altså står, at det marginale produkt af faktorinput, i , skal være lig med det relative prisforhold mellem input, i , og outputtet. Det betyder, at virksomheden bliver ved med at indsætte faktoren, X_i i produktionen, indtil den marginale værdi af at gøre dette ($Q \partial F / \partial X_i$), svarer til den marginale omkostning (P_i).

Ligning (2) kan omskrives til:

$$\frac{\partial \log F}{\partial \log X_i} = \frac{W_i}{W_F} \equiv V_i \quad (3)$$

hvor V_i altså er faktor i 's andel af den samlede værdi af produktionen. Ligning (3) udtrykker således, at elasticiteten af produktionen, F , mht. faktorinput, X_i , er lig med input i 's andel af den samlede produktionsværdi.

Hvis vi endvidere antager, at F har konstant skalafkast, er konsekvensen, at alle elasticiteterne i (3) summer til én, hvorfor alle værdiandelene, V_i , summer til én, dvs. at

$$W_F = \sum_i W_i \quad (4)$$

Dvs. at hele outputværdien går til at aflønne faktorinputtet.

Som nævnt er vi interesserede i at finde produktiviteten, A . For at komme videre differentierer vi nu produktionen, F , mht. tiden, t :

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial F}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial t} \quad (5)$$

Ligning (5) kan ved brug af (1), (2) og (3) omskrives til:

$$\widehat{A} = \widehat{F} - \sum_i V_i \widehat{X}_i \quad (6)$$

hvor symbolet, “^”, betyder vækstraten i den pågældende variabel. Ligning (6) udtrykker altså at den totale vækstrate i produktiviteten, kan skrives som vækstraten i produktionen (\widehat{F}), fratrukket stigningen i den totale faktorindsats ($\sum_i V_i \widehat{X}_i$).

Stigningen i den totale faktorindsats er et vægtet gennemsnit af stigningen i de enkelte faktoreres indsats (\widehat{X}_i), hvor vægtene er elasticiteterne i (3), som udtrykker, hvor meget produktionen stiger, når indsatsen af den pågældende produktionsfaktor øges.

De ovenstående udregninger forudsætter, at vi befinder os i kontinuert tid. For at komme til diskret tid (vi har jo årlige observationer), benyttes tilnærmelsen:

$$D \log(A) \approx D \log(F) - \sum_i \bar{V}_i D \log(X_i) \quad (7)$$

hvor

$$\bar{V}_i = \frac{1}{2} (V_{i,t} - V_{i,t-1}) \quad (8)$$

Læsere bekendt med Törnqvistindekset, vil kunne genkende summen i (7), som et sådant indeks.

Det er vigtigt at gøre sig klart, at ligning (7) er en approksimation af produktiviteten, idet den er udledt under forudsætning af, at økonomien befinder sig i ligevægt - fx er ligning (2) en ligevægtsbetingelse, som ikke nødvendigvis er opfyldt, når økonomien oplever en høj- eller lavkonjunktur. Som et eksempel, kan nævnes kapital, som er en træg faktor i produktionen, hvorfor (2) for kapital først bliver opnået efter et stykke tid. Bevægelserne i TFP, som den er beregnet i (7), kan derfor være betinget af konjunkturer og træghed i tilpasningen hen mod den nye ligevægt. Det er derfor kotume at rapportere TFP som et gennemsnit henover en 5-10 år.

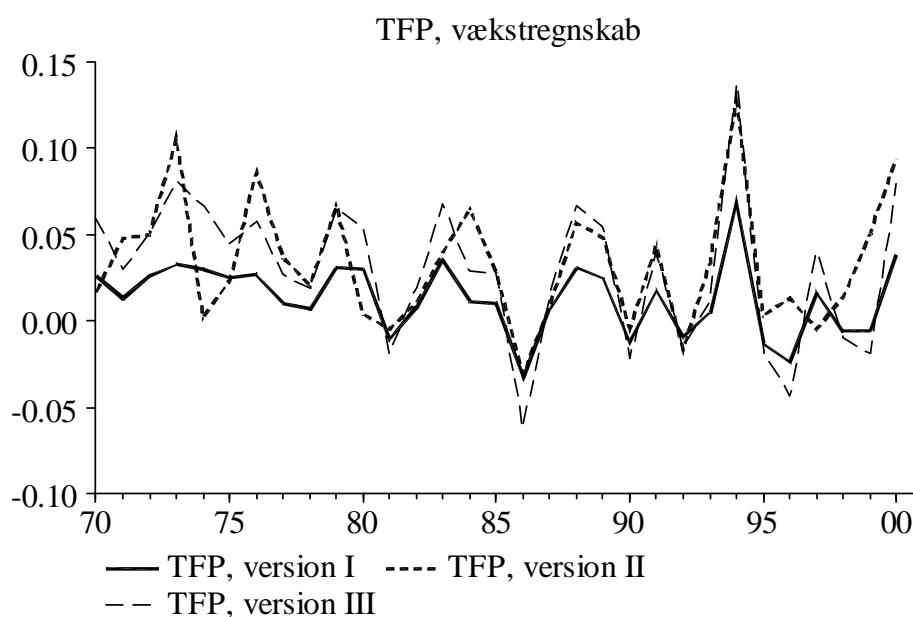
På baggrund af denne teoriramme, kan man ud fra ADAMs databank udregne forskellige bud på TFP. Hvis man i et givent erhverv fx benytter produktionsværdien, fX , som produktionsbegreb og inkluderer alle produktionsfaktorer - arbejdskraft, kapital, materialer og energi får man ét bud på TFP. Hvis man benytter BVT som produktionsbegreb, og kun inkluderer arbejdskraft og kapital (som er de to produktionsfaktorer, der knytter sig til BVT), får man et andet bud på TFP osv.

Vi har nedenfor beregnet tre bud på TFP i *nm*-erhvervet på baggrund af ADAMs seneste databank i 1995-priser¹

- I Produktionsbegreb: fX_{nm}
Produktionsfaktorer: arbejdskraft, maskin- og bygningskapital, materialer og energi.
- II Produktionsbegreb: fX_{nm}
Produktionsfaktorer: arbejdskraft og maskinkapital.
- III Produktionsbegreb: fY_{nm}
Produktionsfaktorer: arbejdskraft samt maskin- og bygningskapital.

De forskellige udgaver af TFP kan betragtes i nedenstående figur:

Figur 1 Procentvis vækst i TFP i *nm*-erhvervet iflg. vækstregnskab



De kraftige svingninger i TFP afspejler, som før nævnt, konjunkturer og træghed i tilpasningen af produktionsfaktorerne.

Hvis man beregner TFP, som et 10-årigt gennemsnit, fås følgende tabel:

¹Den nyeste databank til ADAM er i 2000-priser, men data i denne er ikke tilbageført længere end til 1990. Vi har derfor anvendt den sidste databank i 1995 priser.

Tabel 1. Gennemsnitlig produktivitet, vækstregnskab

	TFP, version I $Y = fXnm$ L, Km, Kb, E og M	TFP, version II $Y = fXnm$ L, Km	TFP, version III $Y = fYfnm$ L, Kb, Km
1970-1980	2.32%	4.38%	4.95%
1980-1990	0.70%	2.12%	1.70%
1990-2000	0.85%	3.50%	1.91%

Det springer her i øjnene, at hvis man beregner TFP vha. alle produktionsfaktorer, i stedet for kun arbejdskraft (L) og kapital (K), bliver TFP mindre (se søjle 1 og 2 i tabellen). Det hænger naturligvis sammen med, at man har flere variabler til at forklare væksten i produktionen, når man anvender alle produktionsfaktorer, hvorfor residualen, (7), da bliver mindre.

3. TFP på baggrund af estimeret faktorblok

Udgangspunktet for at beregne TFP med ADAMs nuværende faktorblok er produktionsfunktionen:

$$X = F(e_K K, e_L L) \quad (9)$$

hvor

X	Produktionsværdi
K	Kapitalapparat
e_K	Effektivitetsindeks for kapital
L	Arbejdskraft
e_L	Effektivitetsindeks for arbejdskraft

Hvis vi først tager logaritmen til F og efterfølgende differentierer mht. til tiden, t , får vi, at:

$$\begin{aligned}
\frac{d \log X_t}{dt} &= \frac{1}{F} [F_1(\dot{e}_K K + e_K \dot{K}) + F_2(\dot{e}_L L + e_L \dot{L})] \\
&= \frac{1}{F} [F_1 e_K K \frac{d \log K}{dt} + F_2 e_L L \frac{d \log L}{dt} + \\
&\quad F_1 e_K K \frac{d \log e_K}{dt} + F_2 e_L L \frac{d \log e_L}{dt}] \\
&= \frac{F_K}{F} K \frac{d \log K}{dt} + \frac{F_L}{F} L \frac{d \log L}{dt} \\
&\quad + \frac{F_{e_K}}{F} e_K \frac{d \log e_K}{dt} + \frac{F_{e_L}}{F} e_L \frac{d \log e_L}{dt} \\
&= \frac{F_K}{F} K \frac{d \log K}{dt} + \frac{F_L}{F} L \frac{d \log L}{dt} + A
\end{aligned} \tag{10}$$

hvor A er TFP.

For at finde TFP i ADAM, antager vi nu, at F er ADAMs produktionsfunktion, dvs en CES-funktion af typen:

$$F(K, L) = \varepsilon \left[\delta (e_K K)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) (e_L L)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{11}$$

hvor ε er en skaleringsparameter, δ er fordelingsparameteren og σ er substitutionselasticiteten.

Det giver os følgende marginalprodukter:

$$\begin{aligned}
F_K &= \varepsilon \delta (e_K K)^{\frac{1}{\sigma} - 1} e_K [\delta (e_K K)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) (e_L L)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{1}{\sigma-1}} \\
F_L &= \varepsilon (1-\delta) (e_L L)^{\frac{1}{\sigma} - 1} e_L [\delta (e_K K)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) (e_L L)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{1}{\sigma-1}}
\end{aligned} \tag{12}$$

Parametrene, ε , δ og σ kender vi fra estimationen af ADAMs faktorblok. For de ikke-indvidede repeteres estimationskitsen kort her.

I ADAMs faktorblok bestemmes efterspørgslen efter arbejdskraft og kapital ved at minimere de samlede omkostninger, $C = P_L L + P_K K$ under bibetingelse af, at

$$Y = F(K, L) \tag{13}$$

hvor F er givet ved (11).

De langsigtede optimale efterspørgsler efter kapital og arbejdskraft bliver:

$$K^* = \frac{1}{e_K} \delta^{1-\sigma} \frac{X}{\varepsilon} \left[\left(\frac{P_L/e_L}{P_K/e_K} \right)^{1-\sigma} \left(\frac{1-\delta}{\delta} \right)^\sigma + 1 \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \quad (14)$$

$$L^* = \frac{1}{e_L} (1-\delta)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \frac{X}{\varepsilon} \left[\left(\frac{P_K/e_K}{P_L/e_L} \right)^{1-\sigma} \left(\frac{\delta}{1-\delta} \right)^\sigma + 1 \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}$$

Den dynamiske tilpasning er bestemt ud fra antagelsen om, at kapitalen er træg og tilpasser sig det optimale niveau med en fejlkorrigeringsrelation. På kort sigt kompenserer arbejdskraften, hvor der dog tillades 3 års tilpasning til den nødvendige arbejdskraft, L^+ :

$$D \log(K) = \alpha_1 D \log(K^*) - \gamma [\log(K_{-1}^*) - \log(K_{-1})] + u_K \quad (15)$$

$$\log(L) = \beta_1 \log(L^+) + \beta_2 \log(L_{-1}^+) + (1 - \beta_1 - \beta_2) \log(L_{-2}^+) + u_L$$

hvor

$$L^+ = \frac{1}{e_L} \left[\frac{1}{1-\delta} \left(\frac{X}{\varepsilon} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} - \frac{\delta}{1-\delta} (e_K K)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (16)$$

Der tillades autokorrelation af første orden i ligningernes restled, $u_L = \rho_L \cdot u_{L_{-1}} + \varepsilon_L$ og $u_K = \rho_K \cdot u_{K_{-1}} + \varepsilon_K$, og det antages, at restleddene er simultant normalfordelt,

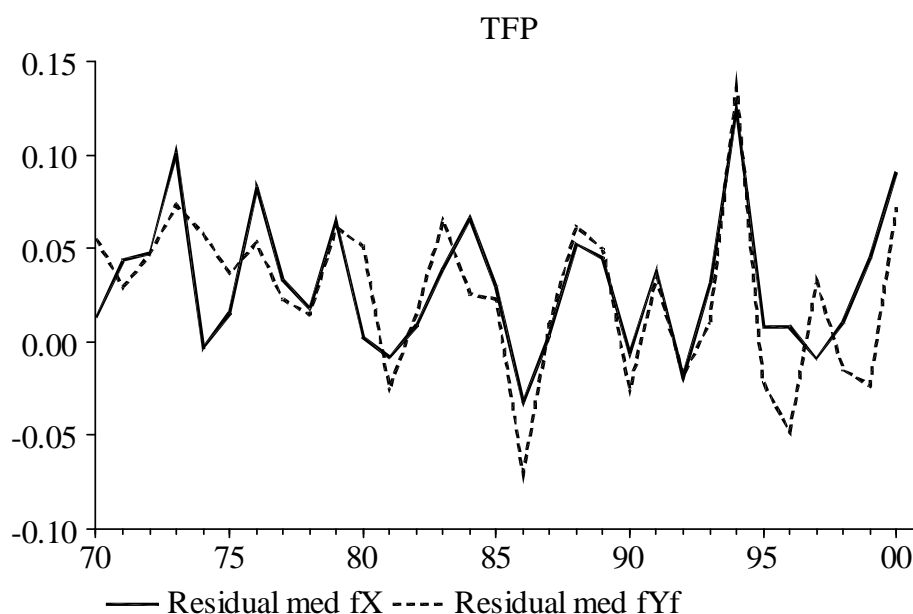
$$(\varepsilon_K, \varepsilon_L)_t \sim iid N_2(0, \Omega).$$

Estimation af systemet (14)-(16), giver så de tre parametre ε , δ og σ .

Hvis vi videre i (10) approksimerer $d \log(X_t)/dt$ med $D \log(X_t) = \log(X_t) - \log(X_{t-1})$, $d \log(K_t)/dt$ med $D \log(K_t) = \log(K_t) - \log(K_{t-1})$ og $d \log(L_t)/dt$ med $D \log(L_t) = \log(L_t) - \log(L_{t-1})$, kan man nu finde TFP

I figur 2 er TFP optegnet for *nm*-erhvervet på baggrund af ADAMs databank, og estimerne for ε , δ og σ fra estimationerne af systemet (14)-(16). Vi har forsøgt os med både produktionsværdi (*fXnm*) og BVT (*fYfnm*), som produktionsbegreb.

Figur 2. Pct. Vækst i TFP for *nm*-erhvervet på baggrund af estimeret faktorblok



Grunden til at vi også anvender BVT er for at knytte primære input og output tættere sammen, som det er kotume i vækstregnskab.

I nedenstående tabel kan ADAMs bud på TFP betragtes for delperioderne 70-80, 80-90 samt 90-00.

Tabel 2. ADAMs bud på TFP

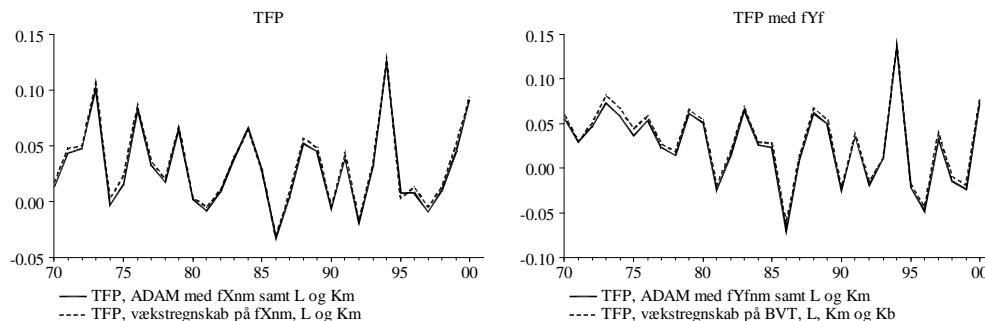
	$Y = fXnm$ L og Km	$Y = fYfjm$ L og Km
1970-1980	4.00%	4.45%
1980-1990	1.93%	1.21%
1990-2000	3.22%	1.47%

4. Sammenligning

En sammenligning mellem de i afsnit 2 beregnede bud på TFP med dem i afsnit 3, er a priori ikke uproblematisk. For det første er det vigtigt at man sammenligner noget der er sammenlignligt. fX kan det ikke nytte noget at sammenligne den TFP man får fra vækstregnskabet med $fXnm$ som produktionsbegreb og hvor alle produktionsfaktorer er inddraget med TFP beregnet i afsnit 3 på baggrund af ADAMs faktorefterspørgsel, hvor kun arbejdskraft og maskinkapital er inddraget. En anden potentiel fejkilde er, at vækstregnskabet bygger på den antagelse, at restindkomst, Yr_j , minus lønomkostninger til selvstændige helt og holdent går til aflønning af kapitalapparatet (maskin- og bygningskapital). I ADAM er denne identitet ikke overholdt.

I nedenstående figurer har vi tegnet de beregnede TFP'er op mod hinanden, som vi mener umiddelbart bør kunne sammenlignes.

Figur 2. Sammenligning af vækstregnskabs TFP med ADAMs TFP



Generelt ligner ADAMs bud på TFP meget godt vækstregnskabs bud. Hvis man sammenligner resultaterne i tabel 1 og 2, ser det ud til, at ADAMs bud på TFP ligger under vækstregnskabs bud - dog ikke meget.

Vi kan med andre ord konkludere, at ADAMs estimerede faktorblok tilsiger en total faktorproduktivitet, som til forveksling ligner den produktivitet, vækstregnskabet tilsiger, hvilket må siges at være betryggende.

5. Konklusion

Vi har gennemgået modellerne for et KLEMS baseret vækstregnskab og faktorblokken i ADAM formelt. Der er store forskelle i antagelser. Vækstregnskabet er et ikke parametrisk mål for produktivitet, og opererer med en fleksibel produktionsfunktionsform og en fleksibel specifikation af produktivitet. Den store fleksibilitet er meget omkostningsfuld, idet vækstregnskabet ikke kan anvendes i en model som ADAM. Derimod er fleksibiliteten god i forhold til at benchmarke TFP.

Trods forskelle i antagelser, viser vores beregninger god overensstemmelse mellem ADAMs bud på TFP og vækstregnskabs bud for *nm*-erhvervet.