

Simpel pensionskassemodel

Resumé:

Vi opstiller en model, hvor udbetalingerne fra en pensionsordning bestemmes ud fra en antagelse om indbetalingerne, renten og pensionsordningens løbetid. I ADAM anvendes en renteafhængig med i øvrigt eksogen udbetalingskvote, der sætter udbetalingen i forhold til pensionsformuen. Den opstillede simple model belyser strukturen i ADAMs ligning for en pensionsformues udvikling, herunder udbetalingskvotens størrelse. En nystartet pensionsordning begynder med en lav udbetalingskvote og ender med en høj. Øget indbetaling til en eksisterende ordning vil derfor til en start dæmpe udbetalingskvoten.

dkn

Nøgleord: pension, langsiget

Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.

Indledning

I den nuværende grundmodel for de private pensionsordninger bestemmes udbetalingen som en eksogen kvote gange pensionsformuen. Den eksogene udbetalingskvote afspejler en antagelse om pensionsordningerne, og ændringen i pensionsformuen bestemmes efterfølgende som indbetaling plus forrentning efter skat minus udbetaling.

I det følgende prøver vi at modellere pensionsformuen mere direkte. Nærmere bestemt, vil vi fastlægge ændringen i pensionsformuen ud fra en antagelse om pensionsordningerne, hvorefter udbetalingen bestemmes som indbetalingen plus forrentning efter skat minus ændringen i pensionsformuen. Dermed er udbetalingskvoten endogen, og udbetalingskvoten vil ændre sig, indtil steady state ligevægten opnås. Den ændrede formulering ændrer ikke ved ligevægten men giver en hurtigere tilpasning til ligevægten.

Direkte modelering af pensionsformuen

Udgangspunktet er årlige indbetalinger Y , der i ligevægt vokser med den generelle værdistigning i ADAM. Vi antager, at der spares op i ordningen i 30 år, hvorefter den opsparede formue udbetales. Desuden antages indbetalerne jævnt fordelt mellem to yderpunkter: Folk, der står umiddelbart før pensionering, og folk, der lige er begyndt at spare op.

Der tilskrives en rente på r efter afkastskat, og indbetalingen vokser med raten g , så den vækstkorrigerede rente er $r - g$, og vi tænker her på rente og vækst i steady state. Indbetalingen fx 20 år før pensionering ville, hvis den ikke var blevet reduceret af udbetalinger, repræsentere en nutidsværdi på $Y_{-20} \cdot (1 + r)^{20}$. Den gamle indbetalings nutidsværdi i pensionsformuen er imidlertid reduceret af udbetalinger. Efter et år udbetales $1/30$ af indbetalingen, så for hver kroners indbetaling er der efter et år $(29/30) \cdot (1 + r)$ tilbage. Efter to år er der $(28/30) \cdot (1 + r)^2$ tilbage osv.

Så den 20 år gamle indbetaling repræsenterer en nutidsværdi på:

$$Y_{-20} \cdot (10/30) \cdot (1 + r)^{20}, \text{ og den samlede pensionsformue } Wp \text{ kan skrives}$$

$$Wp = \sum_{j=0}^{30} Y_{-j} \cdot ((30 - j)/30) \cdot (1 + r)^j \quad (1)$$

Den netop anførte formel bestemmer pensionsformuen Wp , men udviklingen i Wp kan som altid også beskrives ved:

$$Wp = Wp_{-1} + r \cdot Wp_{-1} + Y - \text{udbetaling}$$

Hvilket indebærer, at

$$\text{udbetaling} = -\Delta Wp + r \cdot Wp_{-1} + Y$$

Divideres med Wp_{-1} fås en ligning for udbetalingskvoten

$$\text{udbetaling}/Wp_{-1} = (-\Delta Wp + r \cdot Wp_{-1} + Y)/Wp_{-1}$$

Som i steady state bliver til

$$\text{udbetaling}/Wp_{-1} = -g + r + Y/Wp_{-1} \quad (2)$$

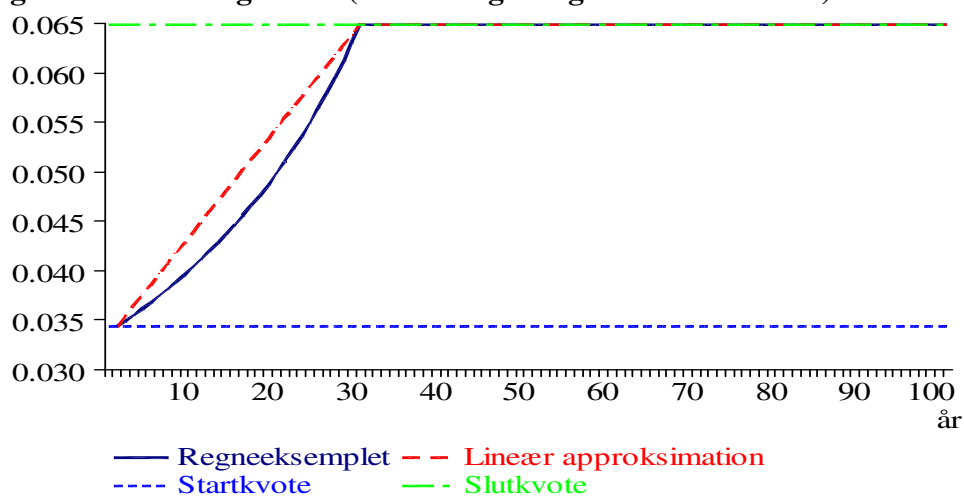
For di formuen Wp vokser med g . Den eksogene indbetaling Y vokser også med g , så forholdet mellem Y og Wp er konstant og med til at bestemme udbetalingen som andel af formuen.

Udbetalingskvoten er lavest i en nystartet pensionsordning, ligesom kvoten reduceres efter en forogelse af indbetalingssatsen til en eksisterende ordning.

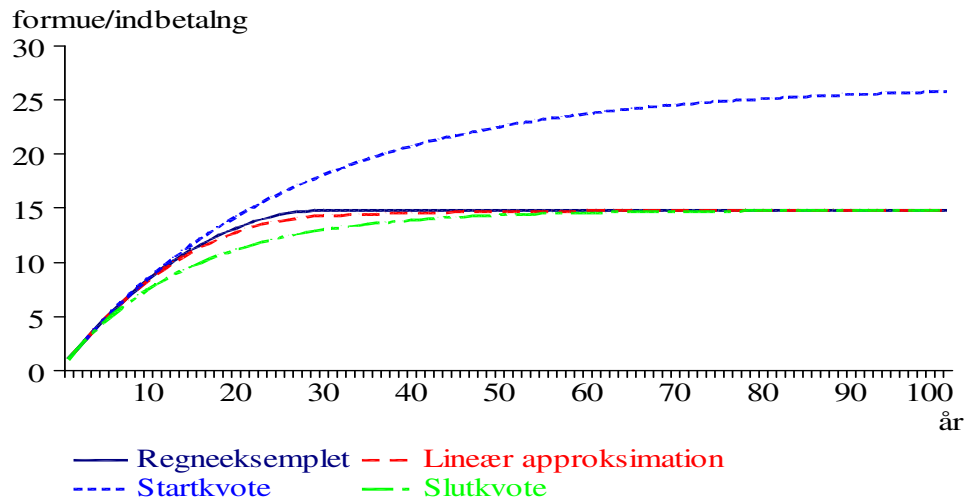
Vi tager et regneeksempel med en indbetaling, der vokser med 3,5 pct. p.a., et rentefkast efter skat på 3 pct. og en bindingsperiode på 30 år.

I dette eksempel vokser udbetalingskvoten ikke-lineart fra 3½ til 6½ pct., og formuen vokser fra nul, til den i ligevagt udgor ca. 15 gange indbetalingen.

Figur 1: Udbetalingskvote (udbetaling/foregående års formue)



Regneeksemplets udbetalingskvote er i figur 1 sammenholdt med tre stiliserede kvoteforlob: 1) udbetalingskvoten vokser lineart fra 3½ til 6½ pct., 2) udbetalingskvoten forbliver 3½ pct., og 3) udbetalingskvoten er 6½ pct. fra år 1. I figur 2 sammenlignes regneeksemplets formueforlob med resultatet af de tre stiliserede kvoteforlob. I tilfalde 1) og 3) ender formuen på samme niveau som i regneeksemplet, og isär med den lineare approksimation virker forskellen til regneeksemplet moderat. I tilfalde 2), hvor udbetalingskvoten forbliver på sin lave startvardi, opstår på längere sigt en betydelig afvigelse.

Figur 2: Formue, beregnet vha. udbetalingskvoter i figur 2

Betydningen af ændret afkast

Betydningen af afkastraten for udbetalingskvoten kan belyses ved at variere renteafrastet. Vi betragter igen ligning (2) for udbetalingskvoten:

$$\text{udbetaling}/Wp_{-1} = -g + r + Y/Wp_{-1} \quad (2)$$

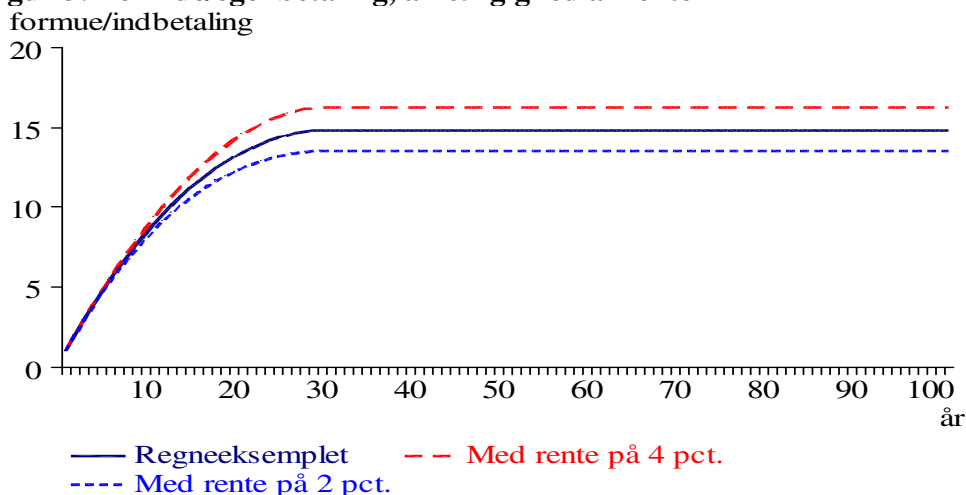
Renteafkastet efter skat er inkl. kursgevinst på pensionsformuen og repræsenteret af r i (2).

I foregående afsnits regneeksempel var r 3 pct. Hvis r forøges til 4 pct., skal udbetalingen alt andet lige stige 1 pct. point, jf. (2). Stigningen i udbetalingskvoten bliver dog lidt mindre end 1 pct. point, fordi formuen Wp vokser i forhold til indbetalingen Y , når r forøges, jf. ligning (1) for Wp .

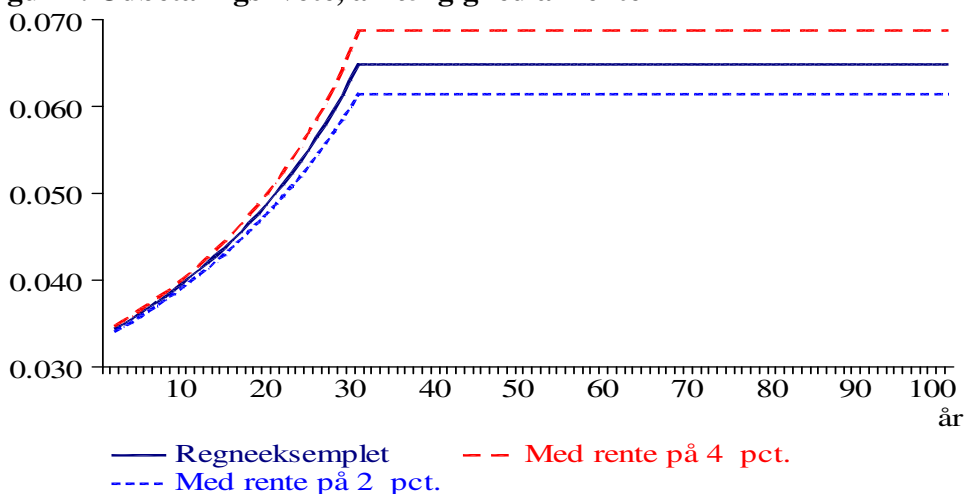
Effekten på af raterne r og g på forholdet mellem indbetaling og formue kan præciseres ved at udtrykke forholdet som en funktion af de to rater. Vi omskriver (1) som følger:

$$\begin{aligned} Wp &= \sum_{j=0}^{30} Y_{-j} \cdot ((30-j)/30) \cdot (1+r)^j = \\ &= Y + Y_{-1} \cdot 29/30 \cdot (1+r) + Y_{-2} \cdot 28/30 \cdot (1+r)^2 + \dots + Y_{-29} \cdot 1/30 \cdot (1+r)^{29} = \\ &= Y + Y \cdot 29/30 \cdot \frac{1+r}{1+g} + Y \cdot 28/30 \cdot \left(\frac{1+r}{1+g}\right)^2 + \dots + Y \cdot 1/30 \cdot \left(\frac{1+r}{1+g}\right)^{29} \leftrightarrow \\ \frac{Wp}{Y} &= \left[1 + 29/30 \cdot \frac{1+r}{1+g} + 28/30 \cdot \left(\frac{1+r}{1+g}\right)^2 + \dots + 1/30 \cdot \left(\frac{1+r}{1+g}\right)^{29} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Forholdet mellem formue og indbetaling afhænger for fast bindingsperiode åbenbart af den væstkorrigerede forrentning. Jo højere forrentning, jo højere er formue i forhold til indbetalingen, jf. illustrationen i figur 3, hvor regneeksemplets rente på 3 pct. er erstattet med 4 og 2 pct.

Figur 3: Formue/egenbetaling, afhængighed af rente

En forøgelse af renten på 1 pct. point. øger alt andet lige udbetalingskvoten, når forrentningen stiger, jf. ligning (2). Men forøgelsen af formuen Wp i forhold til indbetalingen Y betyder, at udbetalingskvoten stiger mindre end 1 pct. point. Rentens effekt på udbetalingskvoten er illustreret i figur 4, som viser, at den langsigtede udbetalingskvote stiger fra ca. $6\frac{1}{2}$ til næsten 7 pct., hvis regneeksemplets rente på 3 pct. forøges til 4 pct.

Figur 4: Udbetalingskvote, afhængighed af rente

Udbetaling som aldersrente

Den stiliserede pensionsordning beskrevet ved ligning (1), kan ses som en kapitalpensionsordning, hvor indbetalingerne ophører, samtidig med at bindingsperioden på 30 år udløber, og de berørte pensionskonti udbetales.

Man kan alternativt forestille sig, at udbetalingen transformeres til en strøm, fx en 10-årig aldersrente, der begynder, når den 30 årige indbetalingsperiode ophører. I så fald fungerer udbetalingen i (2) som en overførsel O til en formue, der består af pensionskonti, hvor indbetalingen er stoppet. Udbetalingen U fra denne formue til pensionskassens medlemmer kan skrives som en funktion af renten i og overførslen O igennem 10 år. Nærmere bestemt kan man oversætte

et års overførsel til 10 års konstant annuitet ved at gange overførslen med den tilsvarende alfahage i minus første. Vi analyserer en steady state med samme rente i efter skat i alle år, så udbetalingen U kan skrives:

$$U = \alpha_{10,i}^{-1} \cdot [O + O_{-1} + O_{-2} + \dots + O_{-9}] \quad (4)$$

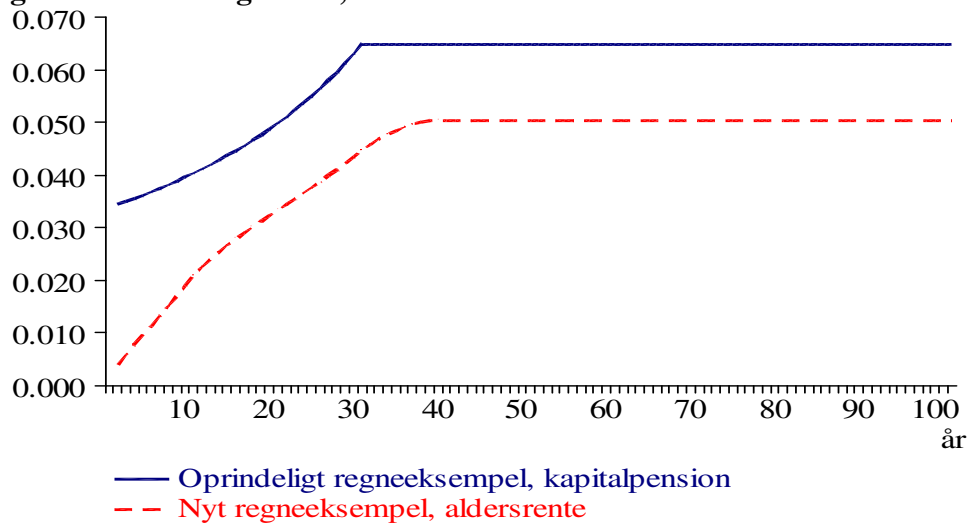
Forrentningen, der hed r i forbindelse med den indbetalte formue Wp , hedder nu i , fordi den formue, der er under udbetaling kan være mere likvid, fx uden aktier, og dermed kan renten afvige, hvis afkast på aktier afviger fra afkast på obligationer. Det bemærkes, at hvis renten svarer til væksten i (4), bliver årets udbetaling lig årets overførsel.

Værdien af de op til 10 år gamle pensionskonti, der udbetales i årlige rater, repræsenterer et tillæg til Wp . Vi kalder tillægget $Wp2$, som er beskrevet ved følgende ligning:

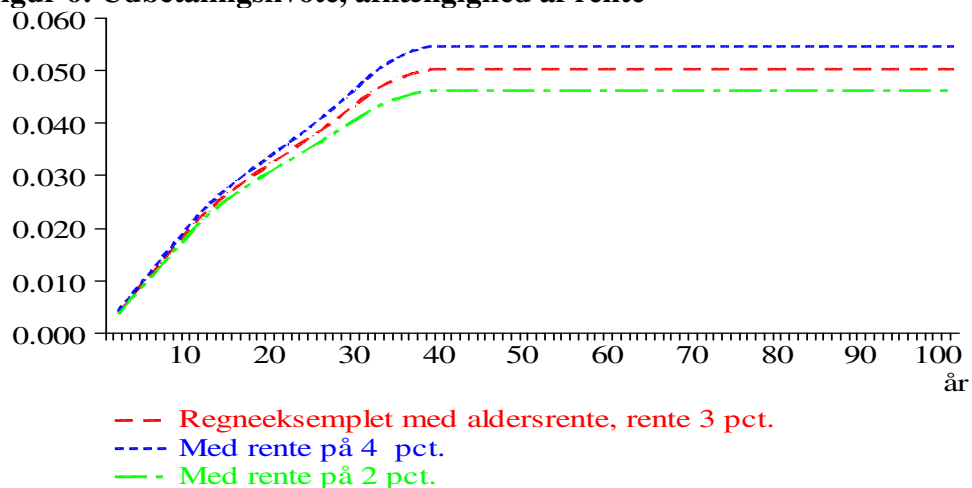
$$Wp2 = Wp2_{-1} + i \cdot Wp2_{-1} + O - U \quad (5)$$

Den samlede formue i aldersrenteordningen er $Wp + Wp2$. Udbetalingskvoten i aldersrenteordningen er 10 år længere om at nå steady state end i det oprindelige regneeksempel, fordi pengene udbetales gradvist og dermed bindes i længere tid. Desuden er udbetalingskvoten i steady state lidt mindre, jf. figur 5.

Figur 5: Udbetalingskvote, aldersrente



Udbetalingskvoten afhænger desuden af rentens størrelse. Jo højere rente, jo mere fylder udbetalingen i forhold til formuen. Fx stiger udbetalingskvoten fra 5 til 5½ pct., hvis renten øges fra 3 til 4 pct., jf. figur 6.

Figur 6: Udbetalingskvote, afhængighed af rente

Konklusion

De opstillede regneeksempler har belyst, at udbetalingskvoten skal have en vis højde for at pensionsformuen kommer i steady state i ordentlig tid. Udbetalingskvoten må gerne sættes til at vokse i en årrække efter, at indbetalingerne til en ordning er sat i vejret. Udbetalingskvoten vokser med rentens størrelse, hvilket for længst er lagt in i ADAMs pensionsligninger.